

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**ANTONIO RUBENS BARAN JUNIOR**

**FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO**

CURITIBA  
2013

**ANTONIO RUBENS BARAN JUNIOR**

**FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO**

Dissertação apresentada como requisito parcial  
à obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Elétrica, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica, Departamento de  
Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia,  
Universidade Federal do Paraná.  
Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Thelma S. P. Fernandes

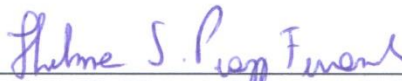
CURITIBA  
2013

## TERMO DE APROVAÇÃO

ANTONIO RUBENS BARAN JUNIOR

### FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.



Prof.ª Thelma S. Piazza Fernandes, Dr.ª  
Orientadora

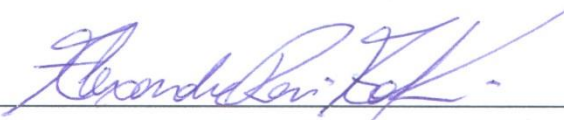


Prof. Evelio M. G. Fernandes, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

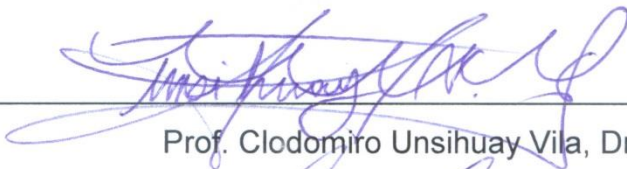
#### Banca Examinadora



Prof.ª Thelma Solange Piazza Fernandes, Dr.ª (UFPR)  
Presidente



Prof. Alexandre Rasi Aoki, Dr. (UFPR-LACTEC)



Prof. Clodomiro Unsihuay Vila, Dr. (UFPR)



Cresencio Silvio Segura Salas, Dr. (LACTEC)

CURITIBA, 28 DE FEVEREIRO DE 2013.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus por me acompanhar todos os dias.

À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Thelma Solange Piazza Fernandes pelo incentivo antes e durante o programa, pela confiança, esforço e apoio desprendido para me ajudar.

À minha esposa Tamara, pela paciência e compreensão durante esta jornada, pela ajuda nos momentos difíceis e pelo apoio emocional e psicológico, demonstrando seu amor por mim.

À minha família e à família de minha esposa por entender os períodos que estivemos ausentes.

Ao Lactec pela bolsa cedida como auxílio financeiro durante todo período de realização do mestrado.

## RESUMO

O crescimento da Geração Distribuída e das redes inteligentes afetaram a filosofia de planejamento e operação pela introdução de desbalanceamento e desequilíbrio das redes, requerendo o desenvolvimento de novas ferramentas computacionais para análise e operação das mesmas. Por isto, esta dissertação propõe a modelagem de um Fluxo de Potência Ótimo Trifásico que considere as impedâncias mútuas dos cabos, cuja função objetivo minimiza as perdas elétricas, que considera os limites operacionais de potência ativa e reativa do transformador da subestação das magnitudes de tensão nas barras; dos ajustes dos *taps* de reguladores de tensão e limites de transmissão de potência ativa utilizando a formulação linearizada. Os *taps* podem ser regulados de forma independente entre as fases, caso haja bancos de reguladores com comutadores de *taps* individuais, ou ajuste síncrono, caso haja regulador trifásico com um único comutador. O fasor tensão foi representado na forma retangular a fim de se obter ganhos de estabilidade numérica. Adotou-se o Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual para a resolução do problema, sendo o desempenho da formulação testada nos sistemas IEEE 34 barras e 123 Barras onde obteve-se um acréscimo nas perdas do sistema de aproximadamente 33% para o sistema 34 barras e 18% para o sistema 123 barras quando consideradas as impedâncias mútuas. No teste realizado considerando-se uma geração distribuída no sistema IEEE 34 barras houve uma redução significativa das perdas de aproximadamente 95%. Assim, esta formulação fornece uma ferramenta para análise dos impactos da geração distribuída e das impedâncias mútuas, cujos resultados são mais próximos do estado real da rede.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo Trifásico. Método dos Pontos Interiores. Impedâncias Mútuas.

## **ABSTRACT**

The growth of distributed generation and smart grid affected the philosophy of planning and operation by introducing imbalance and imbalance networks, requiring the development of new computational tools for the analysis and operation of the same. Therefore, this paper proposes the modeling of a three-phase Optimal Power Flow to consider the mutual impedances of cables, whose objective function minimizes electrical losses, which considers the operational limits of active and reactive power transformer substation of voltage magnitudes at bars, the settings of the tap voltage regulators and transmission limits active power using the linearized formulation. The taps can be controlled independently among the phases, if any bank regulators with tap switches for individual adjustment or synchronous three-phase regulator if there is a single switch. The voltage phasor is represented in rectangular shape in order to gain numerical stability. We adopted the Interior Points Method version Primal-Dual to solve the problem and the performance of the formulation tested systems IEEE 34 bars and 123 bars where we obtained an increase in system losses of about 33% for the system 34 bars and 18% for the system 123 bars when considering the mutual impedances. Testing conducted considering a distributed generation system IEEE 34 bars there was a significant reduction in the loss of approximately 95%. Thus, this formulation provides a tool for analyzing the impacts of distributed generation and mutual impedances, whose results are closer to the actual state of the network.

**Keywords:** Optimal Power Flow Three Phase. Interior Points Method. Mutual Impedances.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b> – Circuito $\pi$ Equivalente Linha Trifásica .....	31
<b>Figura 2.2</b> - Circuito $\pi$ Equivalente Linha Trifásica na Forma Matricial .....	31
<b>Figura 2.3</b> - Representação Gráfica de Carga Conectada em Estrela .....	34
<b>Figura 2.4</b> - Representação Gráfica de Carga Conectada em Delta .....	37
<b>Figura 2.5</b> – Banco capacitor conectado em estrela aterrada .....	40
<b>Figura 2.6</b> – Banco capacitor conectado em estrela isolada .....	41
<b>Figura 2.7</b> – Banco capacitor conectado em delta.....	42
<b>Figura 2.8</b> – Regulador de Tensão de Passo Tipo B.....	43
<b>Figura 2.9</b> – Regulador de Tensão de Passo Tipo A na Posição Elevadora .....	45
<b>Figura 2.10</b> – Regulador de Tensão de Passo Tipo A na Posição Redutora .....	45
<b>Figura 2.11</b> – Regulador de Tensão de Passo Tipo B na Posição Elevador .....	46
<b>Figura 2.12</b> - Regulador de Tensão de Passo Tipo B na Posição Redutora .....	47
<b>Figura 2.13</b> – Modelo do Transformador .....	50
<b>Figura 3.1</b> – Exemplo de Sistema de Distribuição 4 Barras.....	54
<b>Figura 4.1</b> – Sistema IEEE 34 Barras.....	87
<b>Figura 4.2</b> – Sistema IEEE 34 Barras Modificado.....	88
<b>Figura 4.3</b> – Magnitudes de Tensão da Fase A, com e sem mútuas sistema 34 barras .....	89
<b>Figura 4.4</b> – Magnitudes de Tensão da Fase B, com e sem mútuas sistema 34 barras .....	89
<b>Figura 4.5</b> – Magnitudes de Tensão da Fase C, com e sem mútuas sistema 34 barras .....	90
<b>Figura 4.6</b> – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 34 Barras .....	93
<b>Figura 4.7</b> – Posição dos taps dos Reguladores na Fase A com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	94
<b>Figura 4.8</b> – Posição dos taps dos Reguladores na Fase B com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	94
<b>Figura 4.9</b> – Posição dos taps dos Reguladores na Fase C com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	94
<b>Figura 4.10</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	95

<b>Figura 4.11</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	96
<b>Figura 4.12</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	96
<b>Figura 4.13</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	97
<b>Figura 4.14</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	97
<b>Figura 4.15</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	98
<b>Figura 4.16</b> – Diferença Percentual do Fluxo de Potência Ativa na Fase A entre as Modelagens sistema 34 barras .....	98
<b>Figura 4.17</b> – Convergência do sistema 34 barras sem acoplamento mútuo .....	99
<b>Figura 4.18</b> – Convergência do sistema 34 barras com acoplamento mútuo .....	100
<b>Figura 4.19</b> – Sistema IEEE 123 Barras .....	101
<b>Figura 4.24</b> – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 123 barras.....	108
<b>Figura 4.25</b> – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase A com e sem Mútuas sistema 123 barras.....	109
<b>Figura 4.26</b> – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase B com e sem Mútuas sistema 123 barras.....	109
<b>Figura 4.27</b> – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase C com e sem Mútuas sistema 123 barras.....	109
<b>Figura 4.28</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas...	111
<b>Figura 4.29</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas...	112
<b>Figura 4.32</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas	115
<b>Figura 4.33</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas	116
<b>Figura 4.35</b> – Diferença Percentual do Fluxo de Potência Ativa na Fase A entre as Modelagens.....	117
<b>Figura 4.35</b> – Magnitudes de Tensão da Fase A, com e sem GD sistema 34 barras	119
<b>Figura 4.36</b> – Magnitudes de Tensão da Fase B, com e sem GD sistema 34 barras	119
<b>Figura 4.37</b> – Magnitudes de Tensão da Fase C, com e sem GD sistema 34 barras	120
<b>Figura 4.38</b> – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 34 Barras com GD .....	121
<b>Figura 4.39</b> – Posição dos taps dos Reguladores na Fase A com e sem GD sistema 34 barras .....	121



<b>Figura 4.42</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras .....	123
<b>Figura 4.43</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras .....	123
<b>Figura 4.44</b> – Fluxo de Potência Ativa na Fase C Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras .....	124
<b>Figura 4.45</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase A Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras.....	124
<b>Figura 4.46</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras.....	125
<b>Figura 4.17</b> – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras.....	125

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b> - Submatrizes Características dos Transformadores Trifásicos (CHEN <i>et al.</i> , 1991) .....	51
<b>Tabela 3.1</b> – Matriz de incidência monofásica para o sistema exemplo Figura 3.1 ..	55
<b>Tabela 3.2</b> – Matriz de impedâncias primitivas trifásica referente a Figura 3.1.....	56
<b>Tabela 4.1</b> - Resultados do Sistema IEEE 34 Barras .....	88
<b>Tabela 4.2</b> – Magnitude da tensão e ângulos das fases para modelagem com mútuas .....	91
<b>Tabela 4.3</b> - Resultados do Sistema IEEE 123 Barras .....	103
<b>Tabela 4.4</b> - Resultados do Sistema IEEE 34 Barras .....	118

## LISTA DE ABREVIATURAS

GD - Geração Distribuída

FP - Fluxo de Potência

FPO - Fluxo de Potência Ótimo

RTs - Reguladores de Tensão

$X/R$  - Reatância/Resistência

SDC - Método da Soma das Correntes

SDP - Método da Soma das Potências

MPDPI - Método Primal Dual de Pontos Interiores

MT - Média Tensão

LTC - Comutador de TAPs sob Carga (*Load Tap Changer*)

Ybus - Matriz de Admitâncias de Barra

## LISTA DE SIMBOLOS

$F_{maxik}$  : representa o fluxo de potência ativa máximo na linha  $i$  e na fase  $k$ ;

$B_{grande'-1}$  : matriz composta por  $nf$  matrizes  $B'$  dispostas diagonalmente, com dimensão  $[(nb-1).nf \times (nb-1).nf]$ .

$Y_{shkmabc}$ : Matriz de admitâncias shunt trifásica entre as barras  $k$  e  $m$ .

$Z_{kmabc}$ : Matriz de impedâncias trifásica entre as barras  $k$  e  $m$ .

$a_{minik}$  : tap mínimo da linha  $i$  fase  $k$ ;

$B_x$  : representa a susceptância  $x$ ;

$Fl_{ck}$  : vetor de fluxo de potência em todas as  $nL$  linhas para a fase  $k$ , dimensão  $(nL \times 1)$ ;

$I_{La, b, c}$ : Corrente de linha nas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

$P_{dik}$  : representa a potência ativa demandada na barra  $i$  na fase  $k$ .

$P_{ft\_maxik}$  : limite máximo de potência ativa fornecida pela subestação conectada na barra  $i$  fase  $k$ ;

$P_{ft\_minik}$  : limite mínimo de potência ativa do transformador que alimenta a rede na barra  $i$  fase  $k$ .

$P_{gdi}$  : representa a potência ativa fornecida pela geração distribuída conectada a barra  $i$ ;

$P_{gd\_maxik}$  : limite máximo de potência ativa da geração distribuída conectada na barra  $i$  fase  $k$ .

$P_{gd\_minik}$  : limite mínimo de potência ativa da geração distribuída conectada na barra  $i$  fase  $k$ .

$Q_{dik}$  : representa a potência reativa demandada na barra  $i$  na fase  $k$ .

$Q_{f\_maxik}$  : limite máximo de potência reativa do transformador que alimenta a rede na barra  $i$  fase  $k$ .

$Q_{ft\_minik}$  : limite mínimo de potência reativa do transformador que alimenta a rede na barra  $i$  na fase  $k$ .

$Q_{gdik}$  : representa a potência reativa fornecida pela geração distribuída conectada a barra  $i$  na fase  $k$ ;

$Q_{gd\_maxik}$  : limite máximo de potência reativa fornecida pela geração distribuída conectada na barra  $i$  fase  $k$ .

$Q_{gd\_minik}$  : limite mínimo de potência reativa da geração distribuída conectada na barra  $i$  fase  $k$ .

$Q_{tfik}$  : representa a potência reativa fornecida pelo transformador conectado a barra  $i$  na fase  $k$ ;

$t_{ik}$  : representa o tap na linha  $i$  na fase  $k$ ;

$t_{maxik}$  : tap máximo da linha  $i$  fase  $k$ ;

$V_{ikmin2}$  e  $V_{ikmax2}$  correspondem aos valores mínimo e máximo do quadrado da magnitude da tensão na barra  $i$  e fase  $k$ . Vetores de dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$veiT$  : representa  $i$ -ésima linha da matriz  $\Gamma_e$ .

$vfiT$  : representa  $i$ -ésima linha da matriz  $\Gamma_f$ .

$v_{maxik}$  : máxima magnitude de tensão da barra  $i$  fase  $k$ ;

$V_{minik}$  : mínima magnitude de tensão da barra  $i$  fase  $k$ .

$Z_{kmaa}$ : Impedância própria da fase  $a$  entre as barras  $k$  e  $m$ .

$Z_{kmab} = Z_{kmba}$ : Impedância mútua entre as fases  $a$  e  $b$  entre as barras  $k$  e  $m$ .

$Z_{kmbb}$ : Impedância própria da fase  $b$  entre as barras  $k$  e  $m$ .

$Z_{kmcb} = Z_{kmcb}$ : Impedância mútua entre as fases  $a$  e  $b$  entre as barras  $k$  e  $m$ .

$Z_{kmcc}$ : Impedância própria da fase  $c$  entre as barras  $k$  e  $m$ .

$\delta_{a,b,c}$  : ângulos da tensão de fase;

$\theta_{a,b,c}$  : ângulos do fator de potência.

$\Omega_k$  : conjunto das barras vizinhas a barra  $k$ .

$A_{inc_k}$  : Matriz de incidência para a fase  $k$ , de dimensão  $[nl \times (nb-1)]$ ;

$A_{inc\_grande}$  : Matriz diagonal composta por matrizes  $A_{inc}$ , com dimensão  $[nf.nl \times nf(nb-1)]$ .

$B_b$  : matriz diagonal de matrizes  $B$ , com dimensão  $(nb.nf \times nb.nf)$ ;

$F_{max}$  : vetor de fluxo de potência ativa máxima de dimensão  $(nl.nf \times 1)$ ;

$F_{lcc}$  : vetor de fluxo de potência  $e$ , todas as  $nL$  linhas para todas as fases, com dimensão  $(nf.nL \times 1)$ ;

$G_g$  : matriz diagonal de matrizes  $G$ , com dimensão  $(nb.nf \times nb.nf)$ ;

$MFL = \Gamma_{FL\_grande} \cdot A_{inc\_grande} \cdot B_{grande}^{-1}$  : matriz auxiliar para o cálculo do fluxo linearizado nas linhas em todas as fases, de dimensão  $[(nf.nb) \times (nf.(nb-1))]$ .

$N_i$  : Matriz auxiliar de dimensão  $[(2.nb.nf) \times (2.nb.nf)]$  utilizada para se obter a soma ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra  $i$ .

$P'$  : vetor de injeção de potência em todas as barras e para todas as fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ ;

$P_d$  : vetor contendo a demanda de potência ativa, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$P_d$  : vetor de potências demandadas por todas as barras.

$P_g$  : vetor contendo a potência ativa total fornecida pelos transformadores, e geração distribuída com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$P_{gd}$  : vetor de potências ativas das usinas de geração distribuída com dimensão  $(nb \times 1)$ .

$P_{gd}$  : vetor de potências geradas pelas usinas de geração distribuída;

$P_k$  : vetor das injeções líquidas de potência ativa;

$P_{tf}$  : vetor de potências ativas dos transformadores das subestações com dimensão

$P_{tf}$  : vetor de potências fornecidas pelos transformadores;

$P_{ggd}$  : vetor que representa a geração de potência ativa das usinas de geração distribuída para todas as fases, de dimensão  $[nb.nf \times 1]$ , que é formado através da repetição do vetor  $P_{gd}$ .

$P_{gdmin}$  e  $P_{gdmax}$  : vetores que contém respectivamente os limites mínimos e máximos de potência ativa da geração distribuída, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$P_{tfmin}$  e  $P_{tfmax}$  : vetores que contém, respectivamente, os limites mínimos e máximos de potência ativa dos transformadores, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$Q_d$  : vetor contendo a demanda de potência reativa, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$Q_g$  : vetor contendo a potência reativa total, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$Q_g$  : vetor de potência reativa total fornecida pelos transformadores e pela geração distribuída, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$Q_{gd}$  : vetor de potências reativas das usinas de geração distribuída com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$Q_{tf}$  : vetor de potências reativas dos transformadores com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$Q_x$  : representa a potência do capacitor  $x$ ;

$Q_{gdmin}$  e  $Q_{gdmax}$  : vetores que contém respectivamente os limites mínimos e máximos de potência reativa da geração distribuída, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$Q_{tfmin}$  e  $Q_{tfmax}$  : vetores que contém, respectivamente, os limites mínimos e máximos de potência reativa dos transformadores, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$S$  : vetor de injeção de potência aparente englobando todas as fases, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$V$ : vetor formado pelos fasores de tensão de todas as barras e todas as fases de dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$V_{min}$  e  $V_{max}$ : vetores que representam respectivamente os limites mínimos  $V_{ikmin2}$  e máximos  $V_{ikmax2}$  do quadrado das magnitudes da tensão para todas as  $nb$  barras e  $nf$  fases, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$V_x$ : representa a tensão  $x$ .

$e_k = e_{1k} : e_{nbk}$ : vetor referente à parte real da tensão na fase  $k$ , com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$f_k = f_{1k} : f_{nbk}$ : vetor referente à parte imaginária da tensão na fase  $k$ , com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$v_{max}$ : vetor de limite máximo de tensão em módulo, de dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$c_{ik}$ : susceptância capacitiva do capacitor instalado na barra  $i$  fase  $k$ ;

$t_{max}$ : vetor de limite máximo dos taps de dimensão  $(nl.nf \times 1)$ .

$t_{min}$ : vetor de limite mínimo de taps, de dimensão  $(nl.nf \times 1)$ ;

$\Gamma_{FL}$ : Matriz composta pela reatância de todas as linhas, com dimensão  $[nl \times nl]$ .

$\Gamma_{FL\_grande}$ : Matriz diagonal composta por matrizes  $\Gamma_{FL}$ , com dimensão  $[nf.nl \times nf.nl]$ ;

$\Gamma_e$ : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz  $N$ , logo com dimensão  $[(nb.nf) \times (2.nb.nf)]$ , de tal forma que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões das barras, possa ser escrito por:

$\Gamma_f$ : matriz composta pela justaposição da matriz  $N$  e da matriz  $\Gamma$ , logo com dimensão  $[(nb.nf) \times (2.nb.nf)]$ , de tal forma que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões das barras, possa ser escrito por:

$\Gamma_t$ : matriz de dimensão  $[(nf-1).nl \times nf.nl]$ , onde todas as posições são nulas, exceto aquelas onde existe regulador trifásico, que assumirá valor igual a 1 na primeira fase e valor -1 nas demais fases.

$\theta'$ : vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras e fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ .

$\theta'$ : vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras e fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ ;

$\theta'_k$ : Vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras na fase  $k$ , com dimensão  $[(nb-1) \times 1]$ ;

$\theta_k$ : vetor dos ângulos das tensões nodais  $\theta_k$ ;

**[A]** : matriz de incidência;

**[A<sup>t</sup>]** : matriz de incidência transposta;

**[y]** : inversa da matriz de impedâncias primitiva.

**[Y<sub>bus</sub>]** : matriz de admitâncias de barra;

|S<sub>a,b,c</sub>| : potência aparente das fases a b e c.

a,b,c : fases a, b e c.

ab, bc, ca : representa a tensão fase fase entre as fases a, b e c.

ag, bg, cg : representa a tensão fase terra nas fases a, b e c.

a<sub>ij</sub> : elemento da linha i e coluna j da matriz de incidência;

an, bn, cn : representa a tensão fase neutro nas fases a, b e c.

a<sub>r</sub> : relação de transformação

**B** : matriz admitância nodal cujos elementos são:

**B** : parte imaginária de Y, ou seja matriz de susceptância de barra com dimensão (nf.nb x nf.nb).

**d** : matriz de dimensão [(nf) x (2.nf.nb)], sendo que as nb x nf primeiras colunas e as subsequentes são elementos nulos, exceto as posições correspondentes à barra de referência para cada fase k representado por linhas, a qual assume valor unitário.

**e** : parte real do fasor tensão, com dimensão (nb.nf x 1);

f(u): função objetivo a ser otimizada;

**f** : parte imaginária do fasor tensão, com dimensão (nb.nf x 1).

**G** : parte real de Y, ou seja matriz de condutância de barra com dimensão (nf.nb x nf.nb);

**g(u)** : vetor de restrições de igualdade;

**h(u)** : vetor de restrições de desigualdade.

I<sub>L</sub> : corrente regulada;

I<sub>s</sub> : corrente primária;

**N** : matriz nula de dimensão [(nb.nf)x(nb.nf)];

nb : número de barras.

nl : número de linhas.

**Pd** : vetor de potência ativa demandada, de dimensão (nb.nf x 1);

**Pft\_max** : vetor de limite máximo de potência ativa fornecida ao sistema pela subestação, de dimensão (nb.nf x 1);



***Pft\_min*** : vetor de limite mínimo de potência ativa fornecida ao sistema de dimensão (nb.nf x 1);

***Pgd\_max*** : vetor de limite máximo de potência ativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

***Pgd\_min*** : vetor de limite mínimo de potência ativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);.

***Qd*** : vetor de potência reativa demandada, de dimensão (nb.nf x 1);

***Qf\_max*** : vetor de limite máximo de potência reativa dos transformadores que alimentam a rede, de dimensão (nb.nf x 1);

***Qft\_min*** : vetor de limite mínimo de potência reativa dos transformadores que alimentam a rede, de dimensão (nb.nf x 1);

***Qgd\_max*** : vetor de limite máximo de potência reativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

***Qgd\_min*** : vetor de limite mínimo de potência reativa da geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

***U*** : matriz de dimensão (3x3) unitária.

***u***: vetor de variáveis do sistema;

***Vx*** : função matricial de dimensão [(nb.nf) x (2.nb.nf)].

***VL*** : tensão regulada (carga);

***vmin*** : vetor de limite mínimo de tensão em módulo, de dimensão (nb.nf x 1);

***Vs*** : tensão primária (fonte);

***x*** : representa a referência da grandeza, ou seja  $x \in ag, bg, cg, an, bn, cn, ab, bc, ca$ .

***x*** : vetor que armazena as variáveis reais e imaginárias de todas as tensões de barra com dimensão [2.nb.nf x 1].

***P*** : vetor de injeção de potência ativa englobando todas as fases, dimensão (nb.nf x 1)

***Q*** : vetor de injeção de potência reativa englobando todas as fases, dimensão (nb.nf x 1).

***c*** : vetor com as susceptâncias de todos os capacitores instalados, de dimensão (nb.nf x 1);

***t*** : vetor de taps com dimensão (nl.nf x 1).

***Γ*** : matriz identidade de dimensão [(nb.nf)x(nb.nf)];

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>19</b>
1.1	CONTEXTO .....	19
1.2	OBJETIVOS.....	21
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	21
<b>2</b>	<b>FLUXO DE POTÊNCIA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO .....</b>	<b>23</b>
2.1	INTRODUÇÃO .....	23
2.2	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO .....	26
2.3	SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO.....	28
2.4	MODELAGEM DAS LINHAS, CARGAS E TRANSFORMADORES .....	30
<b>2.4.1</b>	<b>Modelagem das linhas.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Modelagem das cargas trifásicas .....</b>	<b>33</b>
2.4.2.1	Cargas Conectadas em Estrela Aterrada.....	33
2.4.2.2	Cargas Conectadas em Delta .....	36
<b>2.4.3</b>	<b>Modelagem das Cargas Bifásicas e Monofásicas.....</b>	<b>39</b>
2.5	MODELAGEM DE CAPACITORES .....	39
<b>2.5.1</b>	<b>Conexão Estrela Aterrada .....</b>	<b>40</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Conexão Estrela Isolada.....</b>	<b>41</b>
<b>2.5.3</b>	<b>Conexão Delta .....</b>	<b>41</b>
2.6	MODELAGEM DOS REGULADORES DE TENSÃO .....	42
<b>2.6.1</b>	<b>Regulador de Tensão de Passo .....</b>	<b>43</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Regulador de Tensão de Passo Monofásico .....</b>	<b>44</b>
2.6.2.1	Regulador de Tensão de Passo Tipo A .....	44
2.6.2.2	Regulador de Tensão de Passo Tipo B .....	45
<b>2.6.3</b>	<b>Regulador de Tensão de Passo Trifásico .....</b>	<b>48</b>
2.7	MODELAGEM DOS TRANSFORMADORES .....	49
<b>2.7.1</b>	<b>Perdas no Núcleo.....</b>	<b>50</b>
<b>2.7.2</b>	<b>Inserção dos Modelos dos Transformadores na Matriz Admitância ....</b>	<b>51</b>
2.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	52
<b>3</b>	<b>MODELAGEM DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO E IMPEDÂNCIAS MÚTUAS.....</b>	<b>53</b>
3.1	INTRODUÇÃO .....	53

3.2	MODELAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS DE BARRA TRIFÁSICA CONSIDERANDO IMPEDÂNCIAS MÚTUAS .....	53
3.2.1	<b>Indutâncias Mútuas.....</b>	<b>53</b>
3.2.2	<b>Modelagem da Matriz de Admitâncias de Barra .....</b>	<b>54</b>
3.2.2.1	Matriz de incidência .....	54
3.2.2.2	Formação da Matriz de Impedâncias Primitivas .....	56
3.2.3	<b>Reorganização da matriz admitância trifásica .....</b>	<b>58</b>
3.3	MODELAGEM DO FPO TRIFÁSICO .....	59
3.3.1	<b>Parâmetros de Entrada.....</b>	<b>59</b>
3.3.2	<b>Variáveis de Otimização e Controle .....</b>	<b>65</b>
3.3.3	<b>Balanco de Potência Ativa e Reativa.....</b>	<b>71</b>
3.4	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	75
3.4.1	<b>Crítérios de Otimização .....</b>	<b>75</b>
3.4.2	<b>Restrições de Igualdade.....</b>	<b>75</b>
3.4.3	<b>Restrições de Desigualdade .....</b>	<b>77</b>
3.5	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	85
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	86
4	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>87</b>
4.1	SISTEMA DE 34 BARRAS.....	87
4.2	SISTEMA DE 123 BARRAS.....	100
4.3	SISTEMA DE 34 BARRAS COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA.....	118
5	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES FUTURAS .....</b>	<b>127</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>129</b>
	<b>ANEXO A: DADOS DO SISTEMA IEEE 34 BARRAS .....</b>	<b>133</b>
	<b>ANEXO B: DADOS DO SISTEMA IEEE 123 BARRAS .....</b>	<b>137</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO

A reestruturação mundial do setor elétrico afetou a filosofia de planejamento e operação do mesmo, tornando-o mais inovador e voltado ao consumidor. Além disso, o advento da Geração Distribuída (GD**Erro! Indicador não definido.**) e das redes elétricas inteligentes vem se destacando como soluções para o suprimento de energia, implicando em profundas mudanças nos sistemas de potência, principalmente nas redes de distribuição, que passam a ser mais ramificadas, “inteligentes”, desbalanceadas e desequilibradas.

Além disto, o aumento da conexão de Geração Distribuída, por exemplo, necessita uma coordenação eficaz dos vários tipos de energia distribuída, bem como seu transporte e uso final, o que requer a implantação de avanços tecnológicos a fim de se disponibilizar energia com maior confiabilidade, maior eficiência, menor custo e menor impacto ambiental.

Estes requisitos induzem a uma melhora nos sistemas de análise de rede e também a uma evolução das atuais redes de distribuição para redes de distribuição de energia elétrica inteligente, ou seja, *Smart Grid*, que requerem uso intensivo de tecnologia de informação, comunicação, instrumentação, controle e desenvolvimento de novas formulações matemáticas para operação e controle destas redes.

Os sistemas inteligentes de distribuição de energia implicam em um aumento substancial da aplicação de recursos de controle automático avançado, o que requer otimização das técnicas para operar o sistema elétrico e alcançar um estado seguro de operação.

Como as concessionárias de distribuição precisam ter um controle mais refinado das suas redes, as informações sobre a capacidade dos recursos e análise operativa evoluem de uma característica corretiva de operação para uma concepção preventiva da mesma.

Neste contexto, uma das tarefas do operador de uma rede de distribuição inteligente é coordenar as entradas e saídas de geração e de consumidores e

efetuar ações de controle de modo a satisfazer quesitos operativos da rede (WANG e DING, 2004).

Uma importante ferramenta para este planejamento da operação e da segurança de um sistema de energia é o Fluxo de Potência (FP), que calcula o estado do sistema e a partir dele os fluxos de potência circulantes pelas linhas da rede elétrica.

O fluxo de potência na rede tradicional de distribuição radial é unidirecional desde o barramento da subestação até as cargas. Mas, quando existe GD instalada no alimentador radial, podem existir contra-fluxos e alterações no perfil de tensão, requerendo-se adequados ajustes, pois o esquema original de regulação de tensão pode não atender mais às exigências da rede de distribuição depois do acesso da GD.

Além disto, é crescente o desbalanceamento e desequilíbrio das redes, devido a vários fatores, tais como: radialidade da maioria dos circuitos, alta relação entre a resistência e reatância das linhas, assimetria das linhas, presença de circuitos monofásicos e bifásicos, entre outros fatores (COSTA e PEREIRA, 2007).

O desequilíbrio das cargas implica em desequilíbrios de tensão entre as fases, cujo desequilíbrio máximo, definido pelo módulo 8 dos procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional (PRODIST), deve ser no máximo 2% para tensões acima de 1 kV. Assim, há de se atuar nos ajustes de taps dos reguladores de tensão e dos transformadores de distribuição para cada fase a fim de controlar esse limite (BRASIL, 2012).

Para soluções de fluxo de potência em redes de distribuição não se pode usar com eficiência os mesmos métodos empregados para as redes de transmissão como por exemplo Gauss-Seidel, Newton-Raphson, desacoplado e desacoplado rápido, devido a problemas de dominância e mau condicionamento da matriz de admitância nodal.

Os métodos de análise monofásicos normalmente aplicados à redes de distribuição possuem limitações para se agregar geração distribuída e redes inteligentes devido a não consideração do desbalanceamento da carga. Alguns métodos para solução trifásica do fluxo de potência já foram propostos, tais como, o método de injeção de corrente trifásica (GARCIA, 2000) e o *backward/forward*

*sweep* (CHENG, 1995). Entretanto, há carência de metodologias para a otimização de sistemas trifásicos desequilibrados (COSTA e PEREIRA, 2007; PIZZALI, 2003), que sejam eficientes e que contemplem as características de uma rede de distribuição (acoplamentos, desequilíbrios, etc.).

Assim, a fim de suprir as exigências de regulação de tensão, crescente desbalanceamento e desequilíbrio, linhas longas e contra-fluxos das redes de distribuição, o presente trabalho propõe o desenvolvimento de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) Trifásico que incorpora as impedâncias mútuas dos cabos tendo como consequência um resultado mais apurado do estado da rede, cuja função objetivo minimiza as perdas elétricas e que além de analisar a rede é capaz de atuar na regulação de tensão, como por exemplo, nos ajustes de *taps* de reguladores de tensão.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente projeto tem como objetivo geral propor de uma formulação matemática para análise e otimização de uma rede de distribuição trifásica desbalanceada e desequilibrada, visando otimização da regulação de tensão através do provimento de ajustes de *taps* dos reguladores de tensão.

Pretende-se com esta formulação melhorar o planejamento, operação e análise de sistemas trifásicos desbalanceados, para isso delineiam-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma formulação matemática que resolva o problema do fluxo de potência ótimo que seja resolvido pelo método dos pontos interiores e com modelagem trifásica;
- Testar a metodologia desenvolvida nos sistemas IEEE de distribuição;
- Analisar a influência do acoplamento mútuo em redes de distribuição trifásicas.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos, sendo que o Capítulo

1 é introdutório. O Capítulo 2 apresenta o “estado da arte” do problema em questão e os modelos de fluxo de potência considerados, a modelagem dos componentes dos sistemas de distribuição, a regulação de tensão em redes de distribuição, regulamentações das tensões de atendimento e os principais equipamentos e forma de controle de tensão, abordando, principalmente, reguladores de tensão (RTs).

No Capítulo 3 também descreve-se a metodologia adotada para a solução do problema com o detalhamento da formulação matemática do problema de otimização utilizado. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos para os sistemas de distribuição IEEE 34 barras e IEEE 123 barras, e por fim o Capítulo 5 apresenta as conclusões referentes ao trabalho desenvolvido.

## 2 FLUXO DE POTÊNCIA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO

### 2.1 INTRODUÇÃO

As principais ferramentas de análise disponíveis para resolver redes elétricas, são os fluxos de potência monofásicos, desenvolvidos para sistemas de transmissão, tais como os Métodos de Newton-Raphson e seus variantes: Método Desacoplado e Desacoplado Rápido. No entanto, eles não apresentam desempenho adequado para redes de distribuição radiais devido a problemas de dominância e mal condicionamento da matriz de admitância nodal. Esse fato resulta de características particulares das redes de distribuição, tais como a baixa relação  $X/R$  (reatância/resistência) dos parâmetros dos alimentadores, trechos com impedâncias relativamente baixas (representação de chaves, reguladores de tensão e trechos pequenos de linha entre cargas muito próximas) associados a outros com valor de impedância relativamente alto (MONTICELLI, 1983).

Vários métodos eficientes para solução do problema de FP monofásico em redes de distribuição radiais estão disponíveis na literatura especializada. Esses métodos estão divididos em duas grandes categorias: o Método da Soma das Correntes – SDC ou Soma das Potências – SDP, conhecidos como “Varredura Direta e Reversa”; e os métodos baseados na “Impedância Nodal Implícita” (SRINIVAS, 2000).

A primeira categoria é recomendada principalmente para sistemas puramente radiais, embora possa ser adaptada para redes com algumas poucas malhas (fracamente malhados). O método é constituído por duas versões, a primeira possui uma formulação em termos de corrente (SHIRMOHAMMADI *et al.*, 1988), enquanto a segunda utiliza uma formulação baseada em potência (BROADWATER *et al.*, 1988).

Os métodos baseados na matriz impedância nodal implícita utilizam uma formulação mais adequada para sistemas malhados. Baseiam-se na formação e fatoração da matriz de admitância nodal ( $Y_{barra}$ ) e injeções de corrente equivalentes para resolver a rede. Nesse método, o efeito da fonte e das cargas é representado separadamente por superposição (CHEN, 1991).



Já em termos de fluxo de carga para redes de distribuição desequilibrados, é relevante o trabalho de Cheng e Shirmohammadi (1995), que é uma extensão do método proposto em Shirmohammadi *et al.* (1988). Neste trabalho, está incluída a modelagem de linhas, capacitores, cargas e barras PV trifásicas.

Garcia *et al.* (2000) apresentaram uma modelagem baseado em injeções de corrente trifásicas em coordenadas retangulares, mas não inclui transformadores, capacitores e reguladores de tensão. Teng (2003) utilizou características topológicas da rede trifásica relacionando as injeções de corrente das barras com os fluxos de correntes nos ramos. Este trabalho só se aplica a redes radiais e também não inclui transformadores, capacitores e reguladores de tensão.

Já Pizalli (2003), propõe uma modelagem para redes de distribuição radiais utilizada a técnica *backward-forward sweep* e considerando modelo a quatro fios com ou sem aterramento do neutro e para diferentes modelos de transformadores e cargas.

Ramos, Exposito e Cordero (2004) levaram em consideração o acoplamento mútuo das linhas de transmissão de uma rede trifásica radial utilizando o processo *backward* de correntes para conhecer os fluxos de correntes nos ramos e o processo *forward* para cálculo das tensões como variáveis de um sistema desacoplado.

Khodr *et al.* (2006) apresentaram um fluxo de carga para redes radiais e desbalanceadas baseado em iterações de potência–tensão para explorar as vantagens da estrutura radial da rede. O diferencial deste trabalho é a inclusão das perdas nas cargas de cada nó.

Pereira (2006) apresentou uma avaliação crítica a respeito do desempenho das formulações de fluxo de potência para solução de sistemas trifásicos através de método iterativo de *Newton-Raphson*, no qual utilizou as forma polar e retangular, realizando posteriormente a correção da geração de potência reativa, usando também equações baseadas em injeção de correntes. Segundo este trabalho, para sistemas mal-condicionados, equilibrados ou não, a metodologia polar não convergiu, enquanto que a modelagem na forma retangular e o método de injeção de correntes convergiram em todos os casos analisados.

Salas (2010) apresentou uma formulação de fluxo de potência para alocar capacitores em redes primárias e secundárias de distribuição, com a justificativa de que as cargas residenciais, comerciais e industriais vem sofrendo mudanças na forma de onda da corrente drenada da rede, consequentemente causando um aumento do conteúdo não-linear.

Além disto, experiências com Fluxo de Potência Ótimo monofásicos aplicados em redes de distribuição bastante extensas e mal-condicionadas têm apresentado bons resultados quando se utiliza o fasor tensão na forma retangular tal como relatados em Szusoviski (2009) e Souza *et al.* (2013).

No entanto, estratégias de controle de tensão e redução de perdas são importantes em redes trifásicas com grande número de cargas monofásicas, a partir do tronco principal (trifásico), pois a tensão de operação ao longo do alimentador torna-se muito desequilibrada, aumentando as perdas e dificultando seriamente a regulação da tensão nas três fases do circuito.

Para tanto, a modelagem de capacitores trifásicos, reguladores de tensão e transformadores de distribuição devem ser convenientemente considerados e ajustados. Atualmente, tem-se na literatura os trabalhos de Ying-Yi e Fu-Ming (2000) modelaram um problema de fluxo de potência ótimo trifásico para sistemas de transmissão, o qual é resolvido pelo Método de *Newton*, Bruno *et al.* (2011) apresentaram uma solução para o problema de fluxo de potência ótimo trifásico desbalanceado para *Smart Grids* modelado para operar em tempo real, capaz de efetuar o corte de cargas ou a limitação de carga para medidores inteligentes automáticos, a formulação do fluxo de potência ótimo foi resolvido pelo método dos pontos interiores, sendo que as impedâncias de acoplamento mútuo foram desconsideradas e por fim no trabalho de Enrich *et al.* (2012) modelaram um algoritmo para gerenciamento de *microgrids* baseado em critérios técnicos e econômicos, modelou uma otimização para este cenário considerando os seguintes algoritmos:

- Greedy;
- Têmpera Simulada ou Recozimento Simulado;
- Enxame de Partículas (PSO)
- Monte Carlo.

Dentre as técnicas para solução de fluxo de carga, percebe-se que as técnicas da varredura são muito utilizadas, com custos computacionais competitivos quando comparadas com versões que utilizam a matriz Jacobiano de *Newton*. No entanto, as técnicas de *Newton* especialmente utilizando a modelagem retangular apresentam boas características de convergência.

Assim, levando em consideração os estudos de Pereira (2006) e Souza *et al.* (2013). cujos resultados apontam para a modelagem na forma retangular (pois apresenta boas características de convergência) e as modelagens de carga, capacitores, transformadores descritas em (CHEN *et al.* 1991), propõe-se neste trabalho formular um Fluxo de Potência Ótimo trifásico (na forma retangular), a ser resolvido pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual, com a consideração dos seguintes elementos:

- representação do fasor tensão na forma retangular;
- alimentador trifásico primário;
- ramais laterais trifásicos, bifásicos e monofásicos;
- reguladores de tensão com comutadores de *tap*;
- banco de capacitores;
- cargas trifásicas, bifásicas e monofásicas;
- acoplamento mútuo dos ramos.

A função objetivo deste problema envolve a minimização das perdas, solução das equações de balanço de potência ativa e reativa para as três fases; limites de tensão nas três fases e ajuste de taps de reguladores de tensão.

Como este trabalho está focado na formulação de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO), segue algumas considerações sobre o modelagem do mesmo.

## 2.2 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O objetivo do FPO é definir um conjunto de variáveis de controle que são capazes de eliminar as violações operativas do sistema que está sendo analisado, como exemplo desbalanços entre carga e geração, perfil de tensão, desequilíbrio de tensão, entre outras.

A formulação inicial do FPO foi feita por Carpentier (1962), que se trata de uma otimização de uma rede elétrica através de uma função objetivo, satisfazendo as condições restritivas. Desde a sua formulação original diversos métodos foram propostos para a resolução do FPO. Dentre eles destacam-se:

- a. Método do Gradiente Reduzido (DOMMEL e TINNEY, 1968);
- b. Método de Newton (SUN *et al.*, 1984);
- c. Método de Programação Linear Sucessiva (ALSAÇ *et al.*, 1990);
- d. Método Primal-Dual de Pontos Interiores – MPDPI.

Destes, o MPDPI proposto por Granville (1993) e também explorado por Latorre (1995) aplicado em problemas de FPO apresenta, em geral, duas estratégias distintas. A primeira aplica o método a um problema de programação linear obtido pela linearização das equações de balanço de potência ativa e reativa do algoritmo de FP. A segunda consiste em aplicar o MPDPI diretamente ao problema de programação não-linear original do FPO.

Esta segunda estratégia é conhecida também como Método dos Pontos Interiores Direto e apresenta as seguintes características na resolução do FPO (RIBEIRO, 2005):

- a. Número reduzido de iterações para alcançar a solução ótima;
- b. Não depende da convergência do algoritmo de FP, pois no esquema iterativo as equações de balanço só serão atendidas na solução ótima;
- c. Eficiência na resolução de sistemas mal condicionados e com problemas de tensão.

O FPO é um problema de programação não-linear com restrições e que pode ser formulado genericamente como:

$$\min f(u) \tag{2.1}$$

Sujeito a:

$$g(u) = 0 \tag{2.2}$$

$$h^{min} \leq h(u) \leq h^{max} \quad (2.3)$$

onde

**u**: vetor de variáveis do sistema;

**f(u)**: função objetivo a ser otimizada;

**g(u)**: vetor de restrições de igualdade;

**h(u)**: vetor de restrições de desigualdade.

Esse problema quando resolvido pelo Método dos Pontos Interiores Versão Primal-Dual obtém a solução ótima mantendo a direção de busca dentro da região delimitada pelas restrições. Para tanto, transforma as inequações do problema em equações de igualdades através da introdução de variáveis de folga e considera a não-negatividade das mesmas através da adição de uma função barreira logarítmica na função objetivo.

Neste trabalho, o FPO trifásico a ser modelado será resolvido pelo MPDPI e na forma retangular tal como Fernandes (2004), Souza *et al.* (2013).

## 2.3 SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Diferentemente das redes de transmissão, as redes de distribuição possuem topologia predominantemente radial, conexões monofásicas, bifásicas e trifásicas, diferentes tipos de cargas, linhas normalmente sem transposição e com resistência elevada (PIZZALI, 2003; LEÃO, 2009; GÖNEN, 2008; KERSTING, 2002).

Os sistemas de distribuição estão divididos em:

- Sistema de Subtransmissão;
- Subestação de Distribuição;
- Linhas de Distribuição Primário (Alimentadores de Distribuição);
- Transformadores de Distribuição;
- Linhas de Distribuição Secundária.

O sistema de subtransmissão normalmente utiliza tensões de 69 kV e 138 kV e é este sistema que faz a ligação entre os sistemas de transmissão e as subestações de distribuição.

A subtransmissão pode ter configuração radial, radial com recurso, em anel ou reticulado.

As Subestações de Distribuição são responsáveis por rebaixar a tensão de subtransmissão para a média tensão (MT) que variam normalmente de 13,8 kV a 34,5 kV. Para controlar a tensão, os transformadores possuem no lado de MT um regulador automático com taps variáveis do tipo LTC (*Load Tap Changer*), podendo também possuir Regulador de Tensão na barra da Subestação para condições de carga pesada.

Os alimentadores de distribuição podem usar três tipos básico de arranjo:

- Rede radial: tem como princípio básico a operação com uma única fonte de alimentação.
- Anel Aberto: nesta configuração são usadas várias fontes de alimentação, cada caminho pode ser ativado em qualquer momento.
- Anel Fechado: opera com a alimentação através de dois alimentadores em anel fechado.

No sistema de distribuição a resistência é elevado, podendo chegar ao nível da reatância, fazendo com que a relação  $X/R$  possa chegar a valores inferiores a um, dependendo dessa relação e do tamanho do alimentador, pode-se colocar um ou mais Reguladores de Tensão, a fim de garantir o perfil de tensão no final da rede.

Consumidores industriais geralmente estão conectados em MT, sendo ligações trifásicas com cargas equilibradas.

Os transformadores de distribuição rebaixam a tensão dos alimentadores para níveis de tensão secundários (127/220/380 V). Possuem taps fixos, potências baixas (até 225 kVA), podendo ser monofásicos ou trifásicos.

As linhas de distribuição secundária são, onde se ligam os consumidores residenciais e comerciais, podendo estas ligações serem monofásicas, bifásica e trifásicas, podendo causar desequilíbrio de carga entre as fases.

Para contornar este desequilíbrio de carga as concessionárias de energia distribuem de forma mais uniforme possível os consumidores, a fim de equilibrar as cargas no sistema.

## 2.4 MODELAGEM DAS LINHAS, CARGAS E TRANSFORMADORES

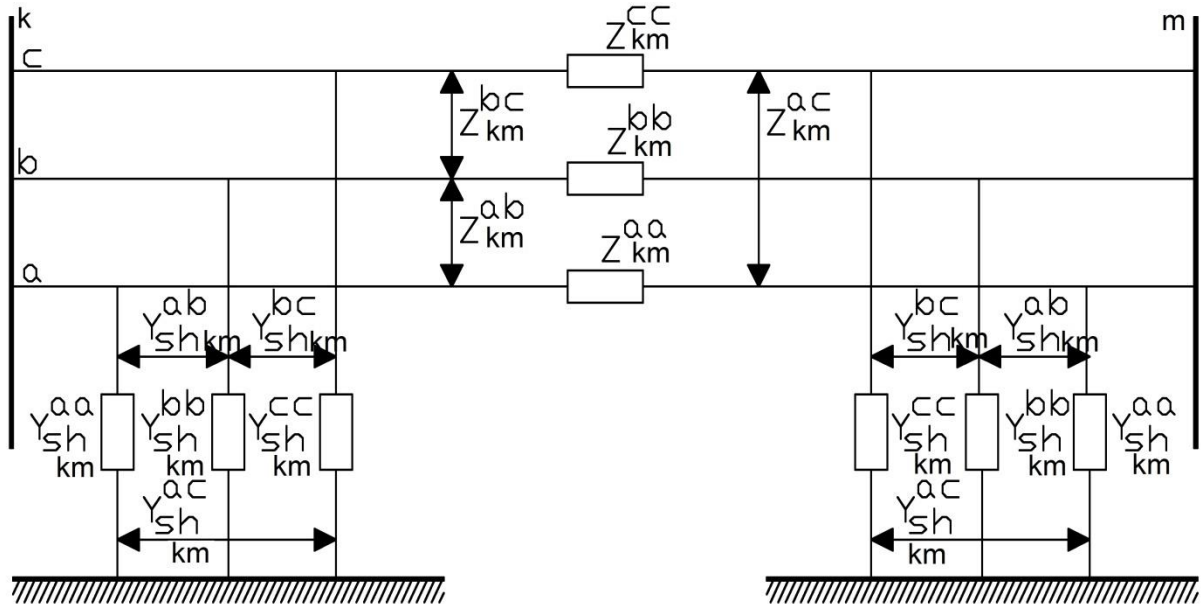
A seguir, apresenta-se o modelo de linhas, cargas e transformadores com seus diferentes tipo de conexão usualmente utilizados em redes trifásicas de distribuição.

Os modelos dos elementos trifásicos a serem apresentados, são os mais simples, ou seja, sem considerar o condutor neutro, pois a modelagem a ser utilizada no Fluxo de Potência Ótimo a ser descrito no Capítulo 3 trata-se da modelagem de uma primeira versão do problema, menos complexa e contemplando apenas ligações estrela aterrada.

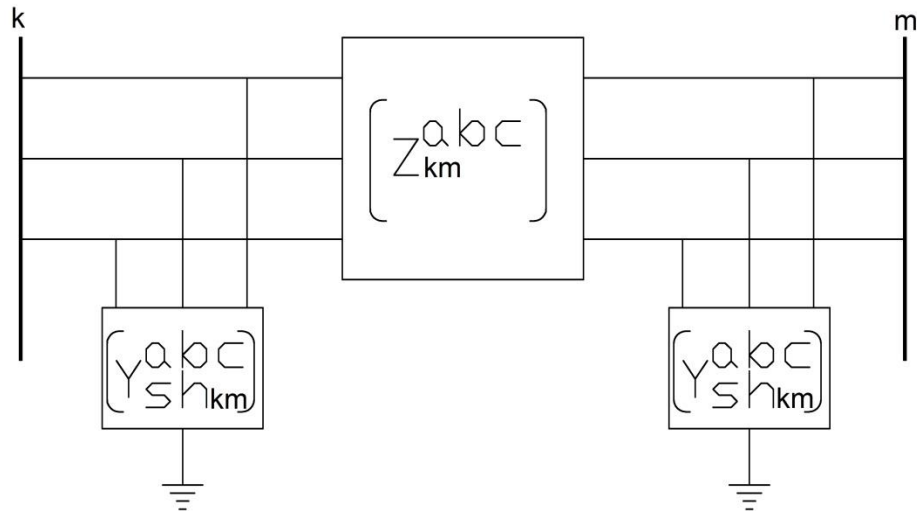
Contudo, no modelo brasileiro de distribuição usualmente utiliza-se redes de média tensão a três fios, portanto a modelagem adotada neste trabalho satisfaz as necessidades do sistema brasileiro de distribuição, porém não exclui-se a possibilidade de uma futura modelagem contemplando redes de distribuição a quatro fios.

### 2.4.1 Modelagem das linhas

Nas simulações, adota-se a análise em regime permanente, onde as linhas trifásicas são representadas por um circuito  $\pi$  a parâmetros concentrados, representado conforme Figura 2.1. A correspondente representação na forma matricial Figura 2.2.



**Figura 2.1** – Circuito  $\pi$  Equivalente Linha Trifásica  
Fonte: PEREIRA (2006)



**Figura 2.2** - Circuito  $\pi$  Equivalente Linha Trifásica na Forma Matricial  
Fonte: PEREIRA(2006)

As matrizes dos elementos da Figura 2.2 são dadas por:

$$[Z_{km}^{abc}] = \begin{bmatrix} Z_{km}^{aa} & Z_{km}^{ab} & Z_{km}^{ac} \\ Z_{km}^{ba} & Z_{km}^{bb} & Z_{km}^{bc} \\ Z_{km}^{ca} & Z_{km}^{cb} & Z_{km}^{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{km}^{aa} & r_{km}^{ab} & r_{km}^{ac} \\ r_{km}^{ba} & r_{km}^{bb} & r_{km}^{bc} \\ r_{km}^{ca} & r_{km}^{cb} & r_{km}^{cc} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{km}^{aa} & x_{km}^{ab} & x_{km}^{ac} \\ x_{km}^{ba} & x_{km}^{bb} & x_{km}^{bc} \\ x_{km}^{ca} & x_{km}^{cb} & x_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$



$$[Y_{sh_{km}}^{abc}] = j \begin{bmatrix} b_{km}^{aa} & b_{km}^{ab} & b_{km}^{ac} \\ b_{km}^{ba} & b_{km}^{bb} & b_{km}^{bc} \\ b_{km}^{ca} & b_{km}^{cb} & b_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde

$Z_{km}^{aa}$ : Impedância própria da fase a entre as barras k e m;

$Z_{km}^{bb}$ : Impedância própria da fase b entre as barras k e m;

$Z_{km}^{cc}$ : Impedância própria da fase c entre as barras k e m;

$Z_{km}^{ab} = Z_{km}^{ba}$ : Impedância mútua entre as fases a e b entre as barras k e m;

$Z_{km}^{bc} = Z_{km}^{cb}$ : Impedância mútua entre as fases a e b entre as barras k e m;

$Z_{km}^{ac} = Z_{km}^{ca}$ : Impedância mútua entre as fases a e b entre as barras k e m;

$[Z_{km}^{abc}]$ : Matriz de impedâncias trifásica entre as barras k e m;

$[Y_{sh_{km}}^{abc}]$ : Matriz de admitâncias shunt trifásica entre as barras k e m;

$b_{km}^{aa}$ : susceptância capacitiva da fase a entre as barras k e m;

$b_{km}^{bb}$ : susceptância capacitiva da fase b entre as barras k e m;

$b_{km}^{cc}$ : susceptância capacitiva da fase c entre as barras k e m;

$b_{km}^{ab} = b_{km}^{ba}$ : susceptância capacitiva mútua entre as fases a e b entre as barras k e m;

$b_{km}^{bc} = b_{km}^{cb}$ : susceptância capacitiva mútua entre as fases a e b entre as barras k e m;

$bZ_{km}^{ac} = b_{km}^{ca}$ : susceptância capacitiva mútua entre as fases a e b entre as barras k e m.

Todavia, em sistemas de distribuição é comum a presença de ramos monofásicos e bifásicos. Para uma correta representação destes elementos, considera-se que a impedância série da fase não existente é infinita, na prática, substitui-se a impedância própria da fase por um número de valor elevado (superiores a  $10^{+15}$ ). Como este procedimento gera problemas numéricos na formação da matriz primitiva, adotou-se o mesmo valor de impedância para as fases faltantes, zerando-se as mútuas relativas a estas fases e fazendo os valores de carga para estas fases faltantes iguais a zero.

### 2.4.2 Modelagem das cargas trifásicas

Em sistemas de distribuição, as cargas são especificadas pela potência aparente consumida [kVA] e fator de potência; potência ativa [kW] e fator de potência ou potência ativa [kW] e potência reativa [kvar]. Além disto, as cargas conectadas podem ser trifásicas, bifásicas ou monofásicas. Quando trifásicas podem ser conectadas em arranjos delta ou estrela, sendo que sua representação pode ser feita pelos modelos (PIZZALI, 2003; KERSTING, 2002; GÖNEN, 2008):

- Potência ativa e reativa constante;
- Corrente constante;
- Impedância constante;
- Qualquer combinação dos três métodos acima.

Nas representações, sempre parte-se de um valor de potência aparente especificada e de uma tensão, que pode ou não sofrer alteração durante o processo de resolução, dependendo do modelo empregado.

#### 2.4.2.1 Cargas Conectadas em Estrela Aterrada

As cargas conectadas em estrela podem ser representadas graficamente conforme Figura 2.3, e a notação para a potência complexa e tensão especificada é como descrito abaixo:

$$\text{Fase a: } |S_a| \angle \theta_a = P_a + jQ_a \text{ e } |V_{an}| \angle \delta_a \quad (2.6)$$

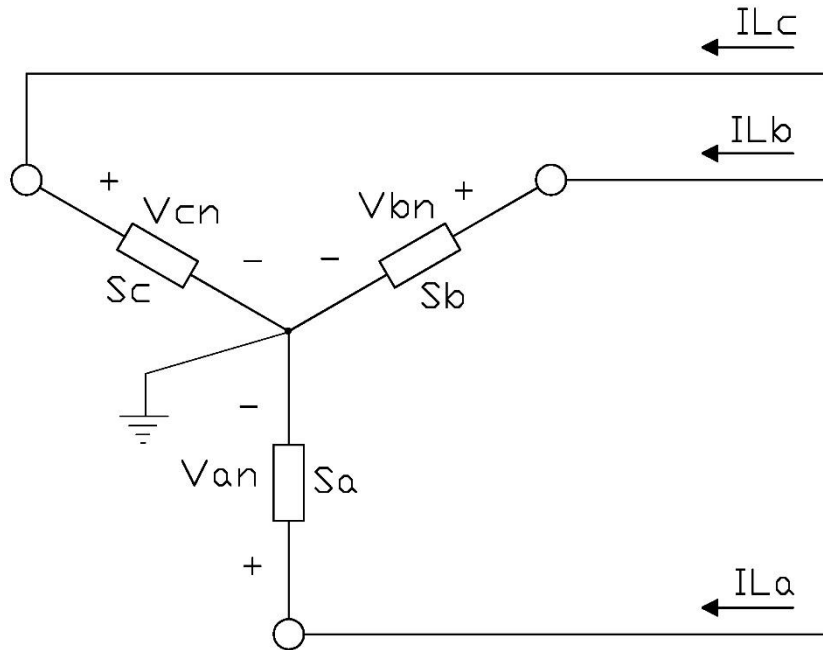
$$\text{Fase b: } |S_b| \angle \theta_b = P_b + jQ_b \text{ e } |V_{bn}| \angle \delta_b \quad (2.7)$$

$$\text{Fase c: } |S_c| \angle \theta_c = P_c + jQ_c \text{ e } |V_{cn}| \angle \delta_c \quad (2.8)$$

onde,

$|S_{a,b,c}|$ : potência aparente das fases a b e c.

$\delta_{a,b,c}$  : ângulos da tensão de fase;



**Figura 2.3** - Representação Gráfica de Carga Conectada em Estrela  
FONTE: Modificado de (SALAS, 2010).

#### - Modelo Potência Constante

Cargas modeladas como potência constante, tem a corrente dada por:

$$\begin{aligned}
 IL_a^p &= \left( \frac{S_a}{V_{an}} \right)^* = \frac{|S_a|}{|V_{an}|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\
 IL_b^p &= \left( \frac{S_b}{V_{bn}} \right)^* = \frac{|S_b|}{|V_{bn}|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\
 IL_c^p &= \left( \frac{S_c}{V_{cn}} \right)^* = \frac{|S_c|}{|V_{cn}|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

onde,

$IL_{a,b,c}$ : Corrente de linha nas fases a, b e c.

$\theta_{a,b,c}$ : ângulos do fator de potência.

Neste modelo as potências permanecem constantes e as tensões alteram em cada interação do programa.

#### - Modelo da Impedância Constante

Neste modelo é primeiramente determinada a impedância usando a potência complexa especificada e as tensões de fase assumidas:

$$\begin{aligned} Z_a &= \frac{|V_{an}|^2}{S_a^*} = \frac{|V_{an}|^2}{|S_a|} \angle \theta_a = |Z_a| \angle \theta_a \\ Z_b &= \frac{|V_{bn}|^2}{S_b^*} = \frac{|V_{bn}|^2}{|S_b|} \angle \theta_b = |Z_b| \angle \theta_b \\ Z_c &= \frac{|V_{cn}|^2}{S_c^*} = \frac{|V_{cn}|^2}{|S_c|} \angle \theta_c = |Z_c| \angle \theta_c. \end{aligned} \quad (2.10)$$

A obtenção das correntes de cargas é em função das impedâncias constantes, dadas por:

$$\begin{aligned} IL_a^Z &= \frac{V_{an}}{Z_a} = \frac{|V_{an}|}{|Z_a|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\ IL_b^Z &= \frac{V_{bn}}{Z_b} = \frac{|V_{bn}|}{|Z_b|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\ IL_c^Z &= \frac{V_{cn}}{Z_c} = \frac{|V_{cn}|}{|Z_c|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c. \end{aligned} \quad (2.11)$$

A impedância calculada em (2.10) permanece constante, mas as tensões de fase são alteradas.

#### - Modelo Corrente Constante

Calcula-se a magnitude das correntes usando (2.9), fazendo em cada interação que a magnitude continue constante e alterando-se os ângulos, de acordo com o ângulo da tensão, fazendo que o fator de potência não seja alterado:

$$\begin{aligned} IL_a^I &= |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a \\ IL_b^I &= |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \\ IL_c^I &= |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c. \end{aligned} \quad (2.12)$$

#### - Modelo Combinado

Para se utilizar o modelo combinado, atribuímos uma porcentagem de cada um dos três modelos, a soma destas três componentes resultará na corrente de linha total.

$$\begin{aligned} IL_a^I &= \alpha IL_a^P + \beta IL_a^Z + \gamma IL_a^I \\ IL_b^I &= \alpha IL_b^P + \beta IL_b^Z + \gamma IL_b^I \\ IL_c^I &= \alpha IL_c^P + \beta IL_c^Z + \gamma IL_c^I. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sendo  $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$  e  $\alpha + \beta + \gamma = 1, 0$ .

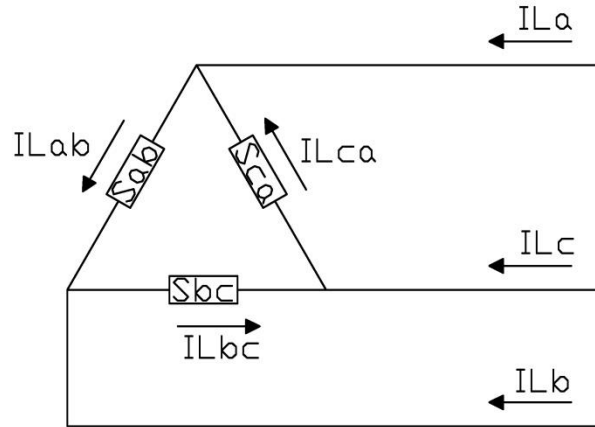
#### 2.4.2.2 Cargas Conectadas em Delta

As cargas conectadas em delta podem ser representadas graficamente conforme Figura 2.4, e a notação para a potência complexa e tensão especificada é como descrito abaixo:

$$\text{Fase ab: } |S_{ab}| \angle \theta_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab} \text{ e } |V_{ab}| \angle \delta_{ab} \quad (2.14)$$

$$\text{Fase bc: } |S_{bc}| \angle \theta_{bc} = P_{bc} + jQ_{bc} \text{ e } |V_{bc}| \angle \delta_{bc} \quad (2.15)$$

$$\text{Fase ca: } |S_{ca}| \angle \theta_{ca} = P_{ca} + jQ_{ca} \text{ e } |V_{ca}| \angle \delta_{ca} . \quad (2.16)$$



**Figura 2.4** - Representação Gráfica de Carga Conectada em Delta  
 FONTE: Modificado de (SALAS, 2010)

#### -Modelo Potência Constante

Em cargas conectadas em delta, tem-se as correntes dadas por:

$$\begin{aligned} IL_{ab}^p &= \left( \frac{S_{ab}}{V_{ab}} \right)^* = \frac{|S_{ab}|}{|V_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\ IL_{bc}^p &= \left( \frac{S_{bc}}{V_{bc}} \right)^* = \frac{|S_{bc}|}{|V_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\ IL_{ca}^p &= \left( \frac{S_{ca}}{V_{ca}} \right)^* = \frac{|S_{ca}|}{|V_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Neste modelo as potências permanecem constantes e as tensões alteram em cada interação.

#### - Modelo da Impedância Constante

Neste modelo é primeiramente determinada a impedância usando a potência complexa especificada e as tensões de fase assumidas:

$$\begin{aligned}
Z_{ab} &= \frac{|V_{ab}|^2}{S_{ab}^*} = \frac{|V_{ab}|^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = |Z_{ab}| \angle \theta_{ab} \\
Z_{bc} &= \frac{|V_{bc}|^2}{S_{bc}^*} = \frac{|V_{bc}|^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = |Z_{bc}| \angle \theta_{bc} \\
Z_{ca} &= \frac{|V_{ca}|^2}{S_{ca}^*} = \frac{|V_{ca}|^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = |Z_{ca}| \angle \theta_{ca}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

A obtenção das correntes de cargas conectadas em delta é em função das impedâncias constantes, dadas por:

$$\begin{aligned}
IL_{ab}^Z &= \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{|V_{ab}|}{|Z_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\
IL_{bc}^Z &= \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{|V_{bc}|}{|Z_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\
IL_{ca}^Z &= \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{|V_{ca}|}{|Z_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca}.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

A impedância calculada em (2.18) permanece constante, mas as tensões de fase são alteradas.

#### - Modelo Corrente Constante

Calcula-se a magnitude das correntes usando (2.17), fazendo em cada interação que a magnitude continue constante e alterando-se os ângulos, de acordo com o ângulo da tensão, fazendo que o fator de potência não seja alterado:

$$\begin{aligned}
IL_{ab}^I &= |IL_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} \\
IL_{bc}^I &= |IL_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \\
IL_{ca}^I &= |IL_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

#### - Modelo Combinado

Para se utilizar o modelo combinado, atribuímos uma porcentagem de cada um dos três modelos, a soma destas três componentes resultará na corrente de linha total.

$$\begin{aligned}
 IL_{ab}^I &= \alpha IL_{ab}^P + \beta IL_{ab}^Z + \gamma IL_{ab}^I \\
 IL_{bc}^I &= \alpha IL_{bc}^P + \beta IL_{bc}^Z + \gamma IL_{bc}^I \\
 IL_{ca}^I &= \alpha IL_{ca}^P + \beta IL_{ca}^Z + \gamma IL_{ca}^I
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Sendo  $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$  e  $\alpha + \beta + \gamma = 1,0$ .

#### 2.4.3 Modelagem das Cargas Bifásicas e Monofásicas

Para as cargas bifásicas e monofásica, conectadas em estrela ou delta, podem ser modeladas atribuindo-se o valor zero para a carga nas fases faltantes. Nas fases presentes, as correntes são calculadas pelas mesmas equações dos métodos da potência constante, impedância constante e corrente constante.

#### 2.5 MODELAGEM DE CAPACITORES

Segundo Salas (2010), a modelagem dos capacitores é feita considerando-se estes como sendo susceptâncias constantes podendo ser conectadas em delta, estrela isolada ou estrela aterrada quando trifásicas. No caso de conexão bifásica ou monofásica, ajusta-se a corrente para o valor zero nas fases faltantes.

$$c_i^k = \frac{Q_i^k}{|\dot{V}_i^k|^2} \tag{2.22}$$

onde

$c_i^k$  : susceptância capacitiva do capacitor na barra  $i$ , fase  $k$ ;

$Q_i^k$  : potencial reativa nominal do capacitor na barra  $i$ , fase  $k$ ;

$|\dot{V}_i^k|$  : magnitude de tensão barra  $i$ , fase  $k$ .



### 2.5.1 Conexão Estrela Aterrada

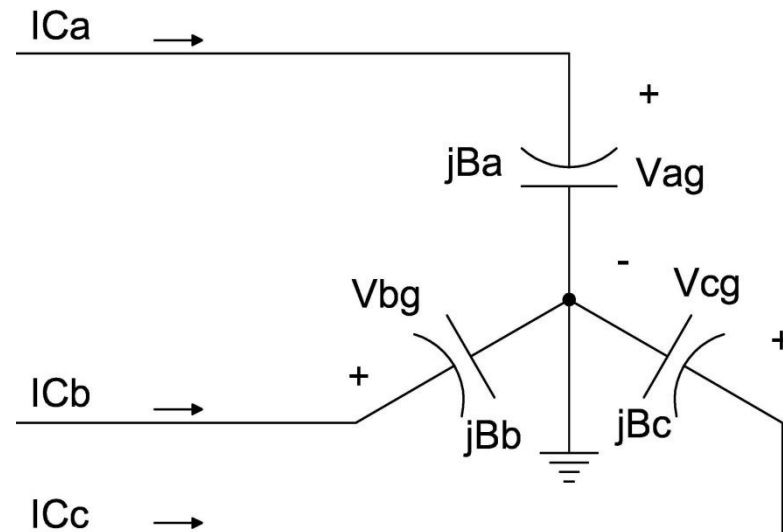
Usualmente as potências dos capacitores são especificadas por fase em kvar e suas tensões de fase em kV são conhecidas. Através destes dados encontram-se as susceptâncias, calculando assim as correntes injetadas pelos capacitores utilizando a seguinte equação:

$$\text{Fase a: } IC_a = jB_a \cdot V_{ag}$$

$$\text{Fase b: } IC_b = jB_b \cdot V_{bg} \quad (2.22)$$

$$\text{Fase c: } IC_c = jB_c \cdot V_{cg}$$

O esquema de conexão estrela aterrada é mostrado na Figura 2.5.



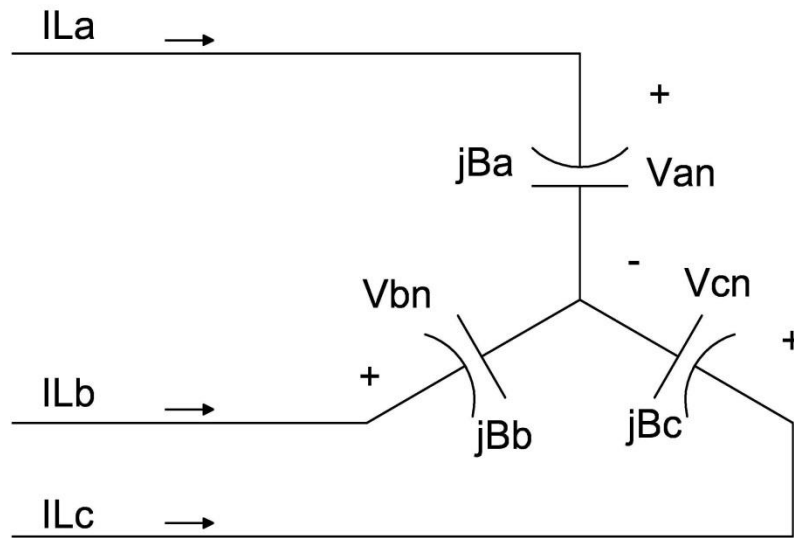
**Figura 2.5** – Banco capacitor conectado em estrela aterrada  
Fonte: Adaptado de SALAS (2010)

### 2.5.2 Conexão Estrela Isolada

Neste tipo de conexão, deve-se calcular as reatâncias dos capacitores fazendo a inversa da equação (2.22) e encontrar as correntes de linha nos terminais do banco de capacitores com a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} IL_a \\ IL_b \\ IL_c \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_c \cdot Z_a + Z_a \cdot Z_b + Z_c \cdot Z_b} \cdot \begin{bmatrix} Z_c + Z_b & -Z_c & -Z_b \\ -Z_c & Z_a + Z_c & -Z_a \\ -Z_b & -Z_a & Z_a + Z_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

O esquema de conexão estrela isolada é mostrado na Figura 2.6.



**Figura 2.6** – Banco capacitor conectado em estrela isolada  
Fonte: Adaptado de SALAS (2010).

### 2.5.3 Conexão Delta

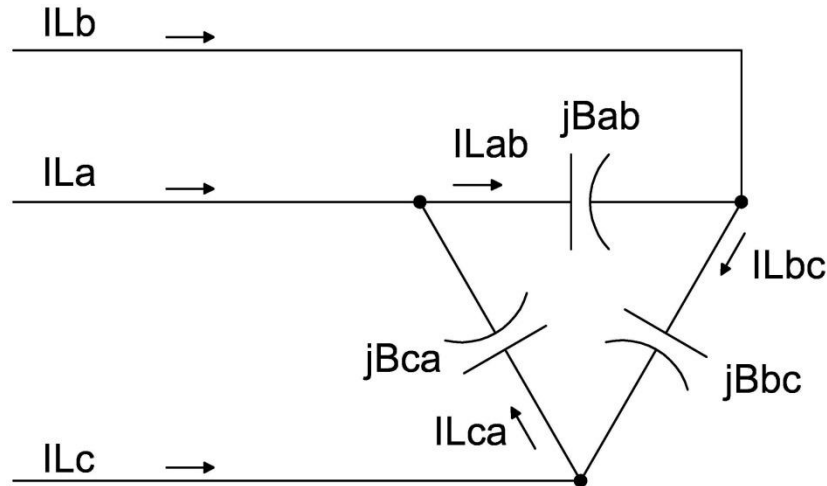
Usualmente as potências dos capacitores são especificadas por fase em kvar e suas tensões entre fase sem kV são conhecidas. Através destes dados encontram-se as susceptâncias, calculando assim as correntes injetadas no laço delta utilizando a seguinte equação:

$$\text{Fase ab: } IC_{ab} = jB_{ab} \cdot V_{ab}$$

$$\text{Fase bc: } IC_{bc} = jB_{bc} \cdot V_{bc} \quad (2.24)$$

$$\text{Fase ca: } IC_{ca} = jB_{ca} \cdot V_{ca}.$$

O esquema de conexão delta é mostrado na Figura 2.7.



**Figura 2.7** – Banco capacitor conectado em delta  
Fonte: Adaptado de SALAS (2010).

Para calcular as correntes de linha utiliza-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} IL_a \\ IL_b \\ IL_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} IL_{ab} \\ IL_{bc} \\ IL_{ca} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

## 2.6 MODELAGEM DOS REGULADORES DE TENSÃO

Em alimentadores de distribuição, a regulação de tensão se torna uma função muito importante, devido às cargas dos alimentadores variarem ao longo do dia criando a necessidade de se manter a tensão dentro dos níveis aceitáveis. Os métodos mais comuns para a regulação da tensão são: regulador de tensão tipo passo, transformadores com mudança de tap sob carga (LTC) e a utilização de capacitores *shunt* (CAPARO, 2005; KERSTING, 2002).



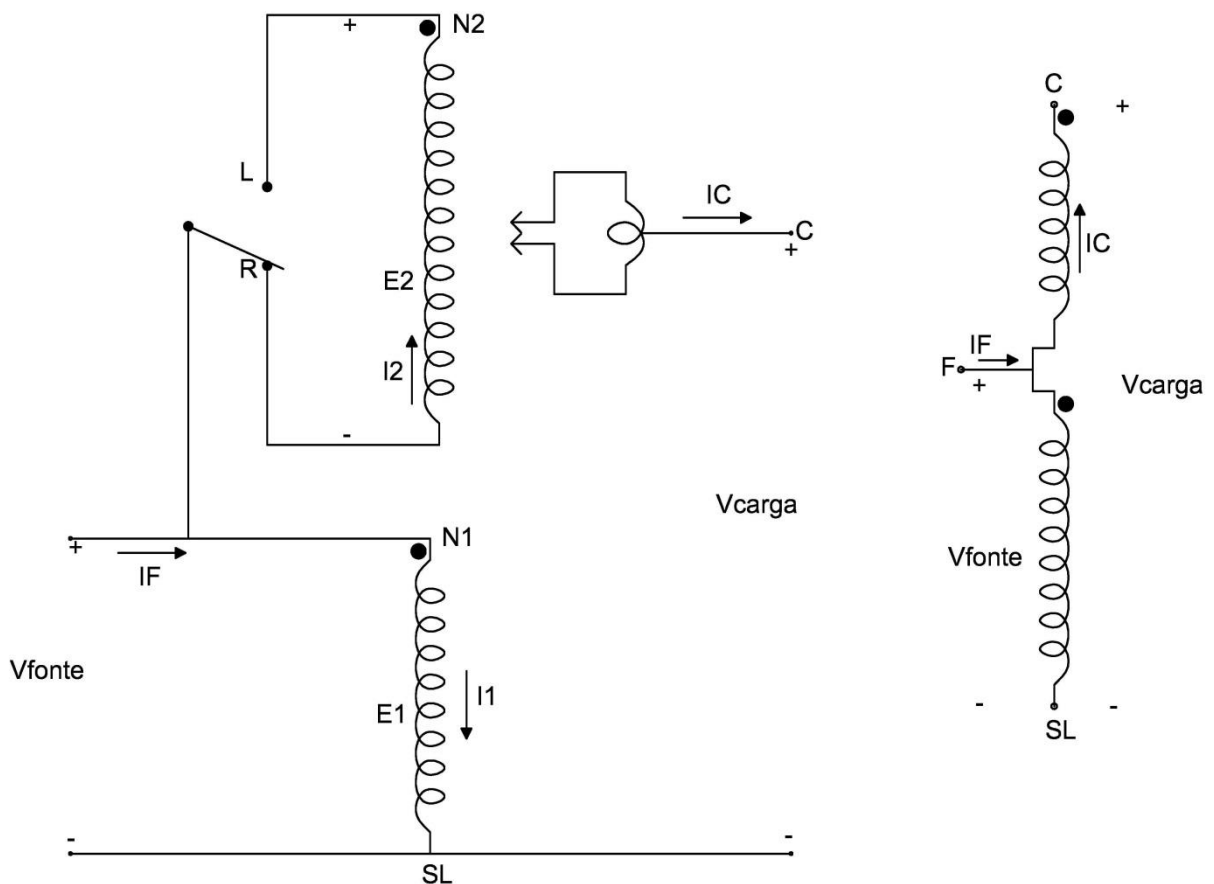
### 2.6.2 Regulador de Tensão de Passo Monofásico

Considerando-se que os valores de impedância série e admitância shunt do regulador de tensão têm valores ínfimos, eles não são considerados no circuito equivalente.

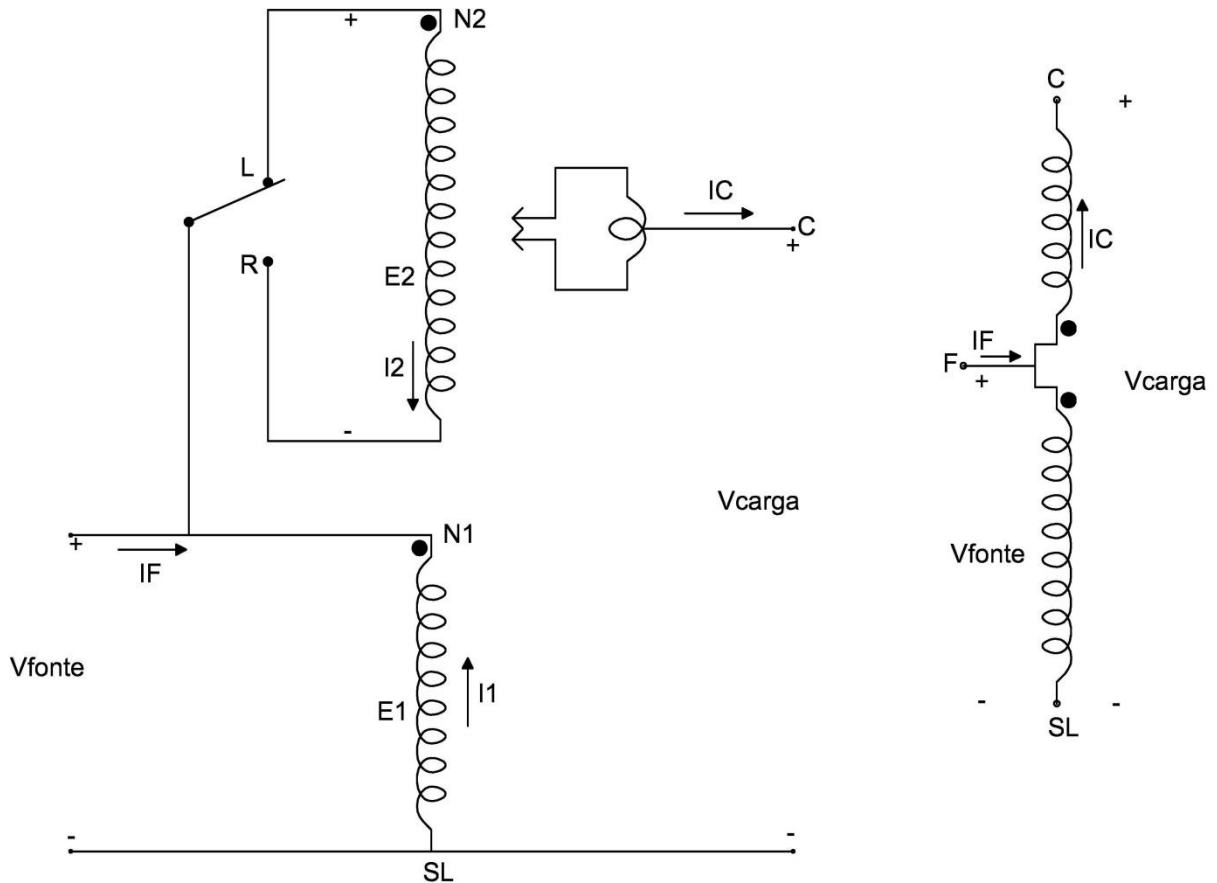
#### 2.6.2.1 Regulador de Tensão de Passo Tipo A

No regulador de Tipo A, o circuito primário do sistema é ligado ao enrolamento *shunt*. O enrolamento série é ligado ao enrolamento *shunt* através dos taps para o circuito regulado. Devido ao enrolamento *shunt* ser conectado diretamente ao circuito primário nesta configuração, a excitação do núcleo varia.

Quando temos a chave de inversão conectada no terminal R, a conexão tipo A está na posição elevadora, sendo que para estar na posição redutora a chave seletora deve estar na posição L. A posição elevadora e redutora na conexão tipo A está representada nas Figuras 2.9 e 2.10, respectivamente.



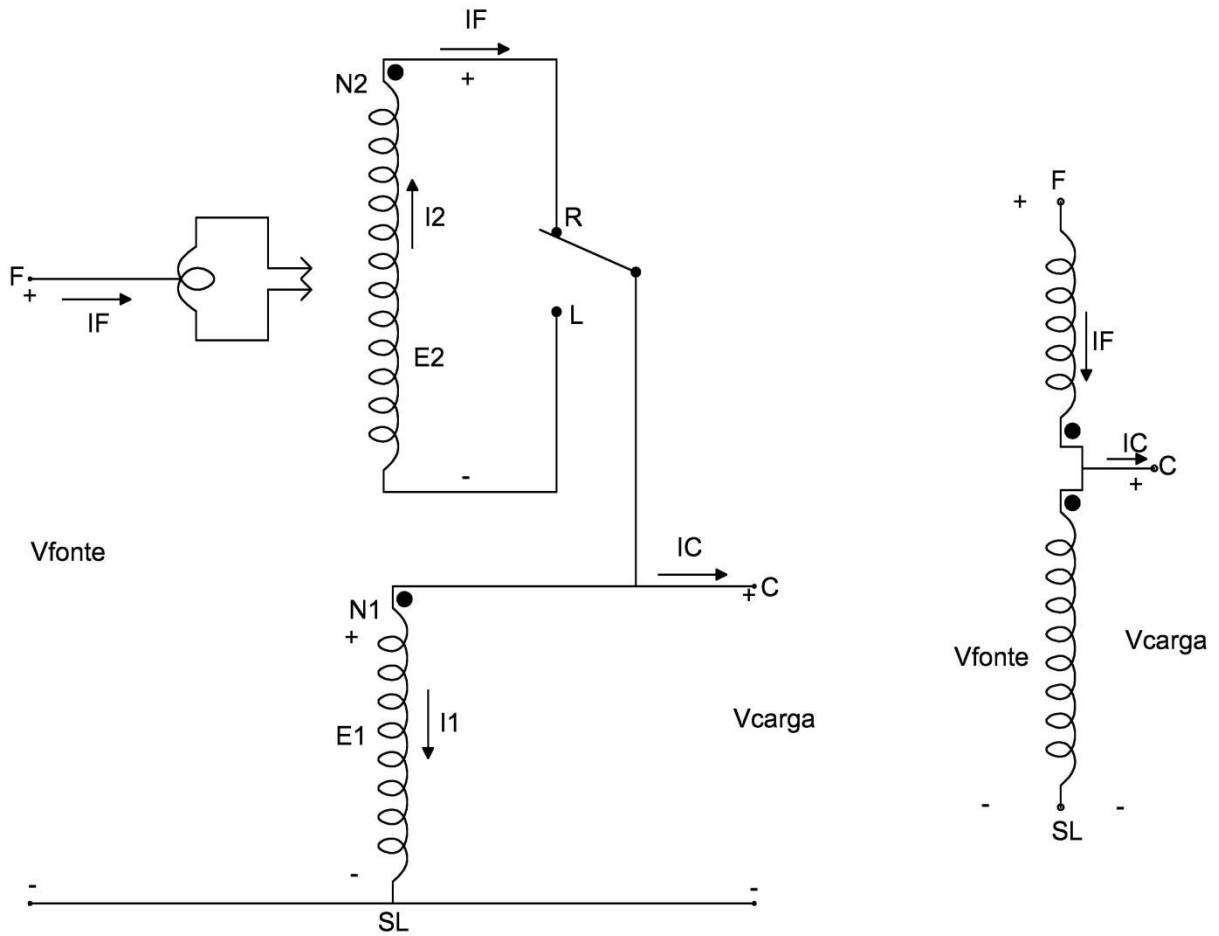
**Figura 2.9** – Regulador de Tensão de Passo Tipo A na Posição Elevadora  
 Fonte: Adaptado de KERSTING (2002)



**Figura 2.10** – Regulador de Tensão de Passo Tipo A na Posição Redutora  
 Fonte: Adaptado de KERSTING (2002)

#### 2.6.2.2 Regulador de Tensão de Passo Tipo B

No regulador tipo B o circuito primário do sistema é conectado, via taps ao enrolamento série do regulador em uma conexão tipo B, por sua vez o enrolamento série é conectado ao enrolamento *shunt*, o qual é conectado diretamente ao circuito regulado. Nesta configuração a excitação do núcleo é constante, pois o enrolamento *shunt* é conectado pelo circuito regulado.



**Figura 2.11** – Regulador de Tensão de Passo Tipo B na Posição Elevador  
Fonte: CAPARO (2005)

Na Figura 2.11 é mostrada um regulador tipo B na posição elevadora, e as equações de tensão e corrente necessárias para a modelagem de um regulador na posição elevadora, são mostradas abaixo:

$$V_f = a_R \cdot V_c \quad (2.26)$$

$$I_c = a_R \cdot I_f \quad (2.27)$$

$$a_R = 1 - \frac{n_2}{n_1} \quad (2.28)$$

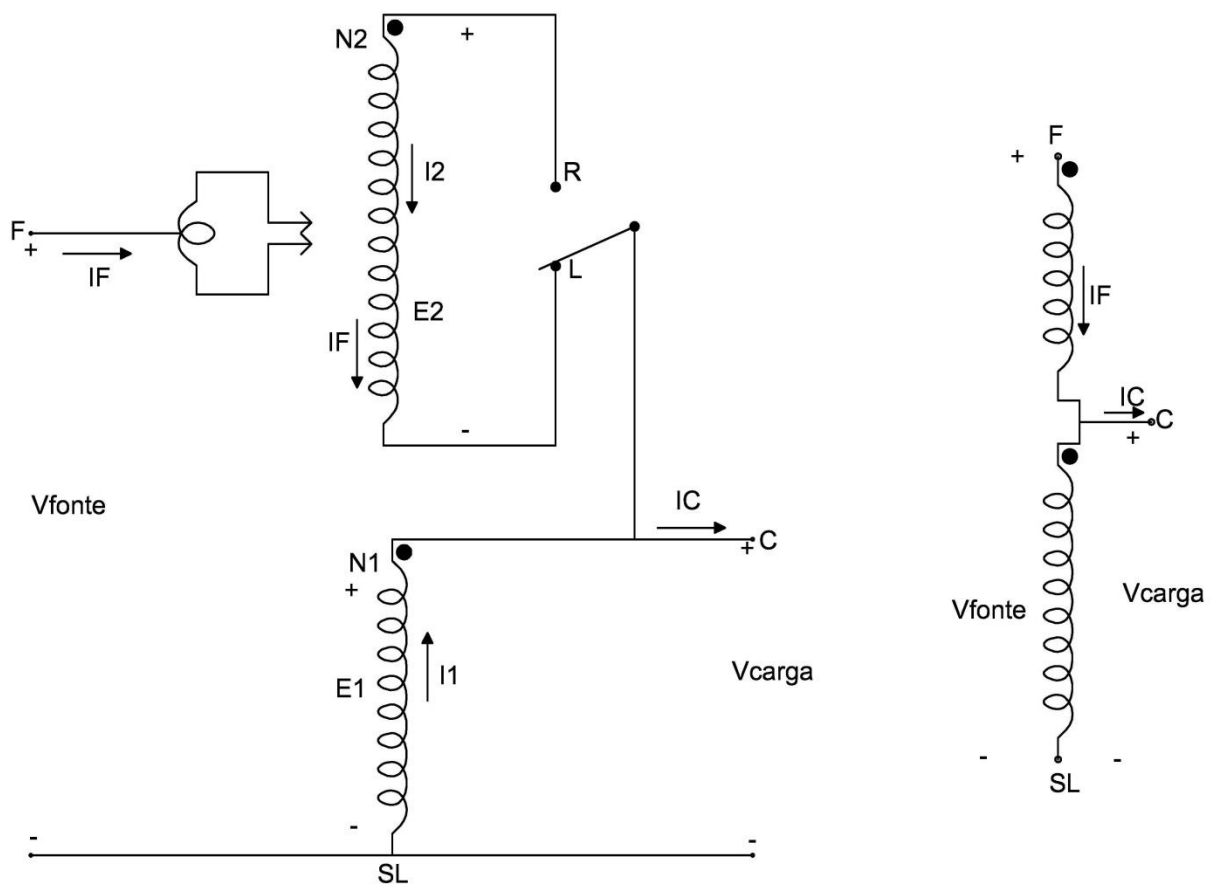
onde,

$V_f$  : tensão primária (fonte);

$V_c$  : tensão regulada (carga);

$I_f$ : corrente primária;  
 $I_c$ : corrente regulada;  
 $a_r$ : relação de transformação

Na Figura 2.12 é mostrada um regulador tipo B na posição redutora, e as equações de tensão e corrente necessárias para a modelagem de um regulador na posição redutora, são mostradas a seguir.



**Figura 2.12** - Regulador de Tensão de Passo Tipo B na Posição Redutora  
 Fonte: Adaptado de KERSTING (2002)

$$V_f = a_R \cdot V_c \quad (2.29)$$

$$I_c = a_R \cdot I_f \quad (2.30)$$

$$a_R = 1 + \frac{n_2}{n_1} \quad (2.31)$$

onde,



$V_f$  : tensão primária;

$V_c$  : tensão regulada;

$I_f$  : corrente primária;

$I_c$  : corrente regulada;

$a_r$  relação de transformação

A proporção do número de espiras no enrolamento série ( $n_2$ ) para o número de espiras no enrolamento shunt ( $n_1$ ) são dadas pelas equações (2.29) e (2.32).

### 2.6.3 Regulador de Tensão de Passo Trifásico

Um regulador trifásico pode ser formado através da conexão externa de dois ou três reguladores monofásicos, fazendo assim que cada regulador tenha seu próprio compensador e, portanto, os taps são alterados separadamente para cada regulador.

As conexões típicas para reguladores de passo monofásico são:

- Monofásico;
- Estrela aberta, com dois reguladores;
- Estrela aterrada, com três reguladores;
- Delta aberto, com dois reguladores;
- Delta fechado com três reguladores.

Quando a conexão dos reguladores é interna entre enrolamentos, então este regulador trifásico é acoplado mecanicamente, operando de tal modo que os taps sobre todos os enrolamentos são alterados ao mesmo tempo, pois contam com somente um circuito compensador. Reguladores trifásicos nesta configuração de conexão interna, somente são conectados em estrela ou delta fechado.

Neste trabalho, os reguladores serão modelados como autotransformadores com relação de transformação igual a  $1:t$ , sendo que  $t$  representa a relação das magnitudes de tensão, afetando os elementos da matriz admitância de barra do regulador,  $\dot{Y}_R$ , do seguinte modo:

$$\dot{Y}_R = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{kk}^a & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^a & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{kk}^b & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^b & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{kk}^c & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^c \\ \dot{Y}_{mk}^a & 0 & 0 & \dot{Y}_{mm}^a & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{mk}^b & 0 & 0 & \dot{Y}_{mm}^b & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{mk}^c & 0 & 0 & \dot{Y}_{mm}^c \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\dot{Y}_R = \begin{bmatrix} (t_{km}^a)^2 \cdot \dot{y}_{km}^a & 0 & 0 & -t_{km}^a \cdot \dot{y}_{km}^a & 0 & 0 \\ 0 & (t_{km}^b)^2 \cdot \dot{y}_{km}^b & 0 & 0 & -t_{km}^b \cdot \dot{y}_{km}^b & 0 \\ 0 & 0 & (t_{km}^c)^2 \cdot \dot{y}_{km}^c & 0 & 0 & -t_{km}^c \cdot \dot{y}_{km}^c \\ -t_{km}^a \cdot \dot{y}_{mk}^a & 0 & 0 & \dot{y}_{km}^a & 0 & 0 \\ 0 & -t_{km}^b \cdot \dot{y}_{km}^b & 0 & 0 & \dot{y}_{km}^b & 0 \\ 0 & 0 & -t_{km}^c \cdot \dot{y}_{km}^c & 0 & 0 & \dot{y}_{km}^c \end{bmatrix}$$

onde

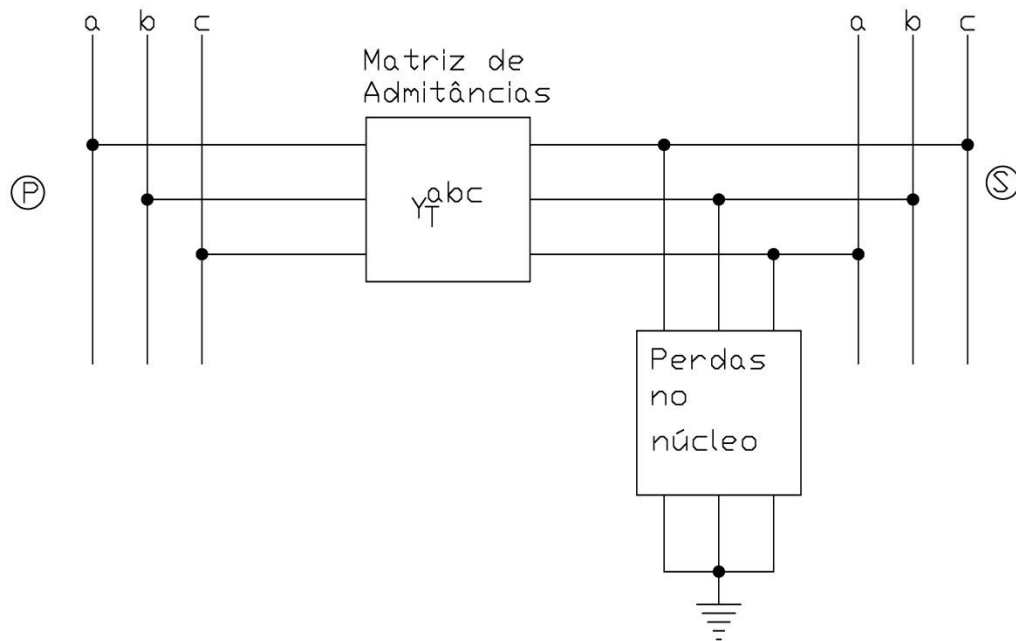
$t_{km}^i$  : relação de transformação entre as barras  $k$  e  $m$  na fase  $i$ ;

$\dot{y}_{km}^i$  :admitância do regulador conectado entre as barras  $k$  e  $m$  na fase  $i$ .

## 2.7 MODELAGEM DOS TRANSFORMADORES

Nos sistemas de distribuição há uma grande quantidade de transformadores de diferentes tipos de enrolamentos, fazendo com que cada tipo de transformador tenha diferentes comportamentos: perdas, corrente de sequência zero, aterramento, entre outros. Além disso, podem ser representadas de forma que a matriz  $Y_{bus}$  se torne singular.

Pode-se representar transformadores trifásicos por dois blocos, um representa a matriz admitância  $Y_T^{abc}$ , e o outro bloco representa a modelagem de perdas no núcleo como função da tensão do secundário do transformador, como mostra Figura 2.13.



**Figura 2.13 – Modelo do Transformador**  
 FONTE: Modificado pelo autor (2012)

### 2.7.1 Perdas no Núcleo

Modela-se as perdas no núcleo do transformador como um elemento *shunt* conectado no secundário. A qualidade dos materiais empregados na construção do transformador são responsáveis pelas características das perdas no núcleo. Segundo CHEN *et al.* (1991), as perdas ativas e reativas no núcleo de um transformados podem ser expressas em função da tensão terminal do transformador, através das funções, representadas em p.u., na potência base do sistema, são:

$$P(p.u.) = \frac{kVA}{Base\ do\ sistema} (A|V|^2 + Be^{C|V|^2}) \quad (2.33)$$

$$Q(p.u.) = \frac{kVA}{Base\ do\ sistema} (D|V|^2 + Ee^{F|V|^2}) . \quad (2.34)$$

Sendo, comumente utilizado,

$$A=0,00267 \quad B=0,734 \times 10^{-9} C=13,5$$

$$D=0,00167 \quad E=0,268 \times 10^{-13} F=22,7$$

$|V|$  é a magnitude da tensão.

### 2.7.2 Inserção dos Modelos dos Transformadores na Matriz Admitância

São adotados três transformadores monofásicos, afim de simplificar a formação das matrizes admitância para transformadores trifásicos, as submatrizes características para as nove conexões mais utilizadas são dadas na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1** - Submatrizes Características dos Transformadores Trifásicos (CHEN *et al.*, 1991)

Conexão do Transformador		Admitância Própria		Admitância Mútua	
Barra P	Barra S	$Y_{p^{abc}}$	$Y_{s^{abc}}$	$Y_{p^{abc}}$	$Y_{s^{abc}}$
Y-aterrado	Y-aterrado	$Y_I$	$Y_I$	$-Y_I$	$-Y_I$
Y-aterrado	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{II}$
Y-aterrado	Delta	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_{III}$	$Y_{III}^t$
Y	Y-aterrado	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Delta	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{III}$	$Y_{III}^t$
Delta	Y-aterrado	$Y_{II}$	$Y_I$	$Y_{III}^t$	$Y_{III}$
Delta	Y	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$Y_{III}^t$	$Y_{III}$
Delta	Delta	$Y_{II}$	$Y_{II}$	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$

Sendo,

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix} \quad Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

e  $y_t$  é a admitância por fase do transformador em p.u.

Caso o transformador apresente relação de taps fora da nominal  $\alpha:\beta$  entre o primário e secundário, sendo  $\alpha$  o tap do primário e  $\beta$  o tap do secundário, ambos em p.u., então as submatrizes devem ser modificadas da seguinte forma:

- Dividir a matriz de admitâncias próprias do lado primário por  $\alpha^2$ ;
- Dividir a matriz de admitâncias próprias do lado secundário por  $\beta^2$ ;
- Dividir as matrizes de admitâncias mútuas por  $\alpha\beta$ .

Por exemplo, considere um transformador Y-aterrado/Y-aterrado conectado entre as barras  $k$  e  $m$ . Da Tabela 2.1 tem-se que a matriz de admitância de barras para este transformador é:

$$\dot{Y}_T = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{kk}^a & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^a & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{kk}^b & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^b & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{kk}^c & 0 & 0 & \dot{Y}_{km}^c \\ \dot{Y}_{mk}^a & 0 & 0 & \dot{Y}_{mm}^a & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{mk}^b & 0 & 0 & \dot{Y}_{mm}^b & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{mk}^c & -y_t & 0 & \dot{Y}_{mm}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 & -y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 & 0 & -y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t & 0 & 0 & -y_t \\ -y_t & 0 & 0 & y_t & 0 & 0 \\ 0 & -y_t & 0 & 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y_t & 0 & y_t \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

## 2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo teve como objetivo apresentar sucintamente um histórico de métodos de análise e características básicas de uma rede de distribuição trifásica, assim, como modelos usuais para representação trifásica de cargas, linhas e transformadores.

Devido à complexidade desta formulação do Fluxo de Potência Ótimo Trifásico proposta neste trabalho, utilizaram-se apenas os mais simples modelos de carga (estrela aterrada), transformador (Y-aterrado, Y-aterrado) e linhas trifásicas com acoplamento mútuo entre as fases, cuja correspondente montagem da matriz Ybarra é objeto de descrição a fim de que se possa formular a modelagem matemática do FPO trifásico no próximo capítulo.

Neste trabalho serão utilizados bancos capacitores conectados em estrela aterrada, transformadores Y-aterrado – Y-aterrado, afim de se facilitar a implementação do problema de otimização.

### **3 MODELAGEM DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO E IMPEDÂNCIAS MÚTUAS**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

O objetivo deste capítulo é formular matematicamente o problema do Fluxo de Potência Trifásico em redes de distribuição considerando-se as impedâncias mútuas entre as fases, cuja função objetivo é a minimização das perdas, que seja capaz de ajustar os taps dos reguladores de tensão, de modo a manter as tensões dentro dos parâmetros desejados.

#### **3.2 MODELAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS DE BARRA TRIFÁSICA CONSIDERANDO IMPEDÂNCIAS MÚTUAS**

##### **3.2.1 Indutâncias Mútuas**

As indutâncias mútuas em circuitos trifásicos são dependentes de diversos fatores, dentre eles:

- Espaçamento entre fases;
- Distância do solo;
- Tipo e bitola dos condutores;
- Presença ou não de condutor de neutro;
- Nível de tensão;
- Extensão da linha.

Para este trabalho de dissertação, assume-se que estes dados já são fornecidos junto com os dados do sistema a ser analisado, não precisando assim serem trabalhados, pois foram previamente calculados e aferidos.

### 3.2.2 Modelagem da Matriz de Admitâncias de Barra

Para a montagem da matriz de admitância de barra monofásica (fase a, por exemplo),  $\hat{\mathbf{Y}}_{bus}^a$ , incorporando-se as indutâncias mútuas das linhas, utiliza-se o método tradicional de circuitos elétricos que se baseia na formação da matriz de incidência  $\mathbf{A}$  da rede com mútuas e a inversa da matriz de impedâncias primitivas (RAMOS e DIAS, 1982; EL-ABIAD e STAGG, 1968):

$$\hat{\mathbf{Y}}_{bus}^a = \mathbf{A}^t \cdot (\hat{\mathbf{Z}}_{prim})^{-1} \cdot \mathbf{A} \quad (3.1)$$

onde,

$\hat{\mathbf{Y}}_{bus}^a$  : matriz de admitâncias de barra de dimensão  $(nb \times nb)$ ;

$\mathbf{A}$  : matriz de incidência de dimensão  $(nl \times nb)$ ;

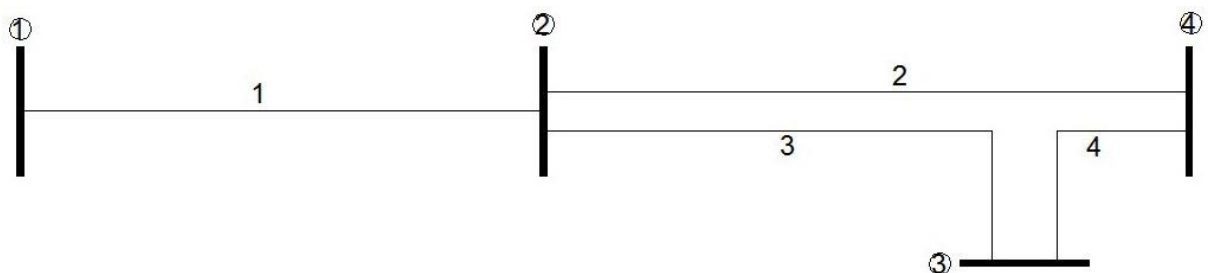
$\hat{\mathbf{Z}}_{prim}$  : inversa da matriz de impedâncias primitiva de dimensão  $(nl \times nl)$ ;

$nb$  : número de barras do sistema;

$nl$  : número de linhas do sistema.

#### 3.2.2.1 Matriz de incidência

A incidência de uma linha com as conexões de uma barra a outra é representada de forma gráfica por exemplo na Figura 3.1 ou pode ser representada pela matriz de incidência  $\mathbf{A}$  da Tabela 3.1.



**Figura 3.1** – Exemplo de Sistema de Distribuição 4 Barras  
FONTE: O autor (2012)

Os elementos da matriz de incidência são obtidos da seguinte maneira:

$$a_{ij} = 1 \text{ se a linha } i \text{ está conectada e o fluxo saindo da barra } i \quad (3.2)$$

$$a_{ij} = -1 \text{ se a linha } i \text{ está conectada e o fluxo entrando na barra } j \quad (3.3)$$

$$a_{ij} = 0 \text{ se a linha } i \text{ não está conectada a barra } j \quad (3.4)$$

onde,

$a_{ij}$ : elemento da linha  $i$  e coluna  $j$  da matriz de incidência.

**Tabela 3.1** – Matriz de incidência monofásica para o sistema exemplo Figura 3.1

Linhas \ Barras				
	①	②	③	④
1	1	-1	0	0
2	0	1	0	-1
3	0	1	-1	0
4	0	0	1	-1

Para a obtenção da matriz de admitância de barra trifásica,  $\dot{\mathbf{Y}}_L$  (de dimensão  $3nb \times 3nb$ ), deve-se adaptar a equação (3.1) para:

$$\dot{\mathbf{Y}}_L = [\mathbf{A}^{abc}]^t \cdot (\dot{\mathbf{Z}}_{prim}^{abc})^{-1} \cdot \mathbf{A}^{abc} \quad (3.5)$$

onde a matriz de incidência trifásica,  $\mathbf{A}^{abc}$ , é assim, formada:

$$a_{km} = U \text{ se a linha } k-m \text{ está conectada e o fluxo sai da barra } i \quad (3.6)$$

$$a_{km} = -U \text{ se a linha } k-m \text{ está conectada e o fluxo entra na barra } k \quad (3.7)$$

$$a_{km} = 0 \text{ se a linha } k-m \text{ não está conectada a barra } k \quad (3.8)$$

onde

$U$  é uma matriz de dimensão (3x3) unitária.



### 3.2.2.2 Formação da Matriz de Impedâncias Primitivas

A matriz de impedâncias primitivas  $[z_{prim}^{abc}]$  é uma matriz de dimensão  $(3nl \times 3nl)$ , dividida em blocos  $(3 \times 3)$  que representam as fases a, b e c de cada linha e para sua obtenção é usada a seguinte formulação:

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} Z_{pq}^{aa} & Z_{pq}^{ab} & Z_{pq}^{ac} \\ Z_{pq}^{ba} & Z_{pq}^{bb} & Z_{pq}^{bc} \\ Z_{pq}^{ca} & Z_{pq}^{cb} & Z_{pq}^{cc} \end{bmatrix} \text{ se } i=j \text{ para linha da barra p para barra q.} \quad (3.9)$$

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ se } i \neq j \text{ e não existe impedância mútua entre linhas i e j} \quad (3.10)$$

Considerando-se que o sistema da Figura 3.1 é trifásico, então a matriz primitiva neste caso pode ser visto na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2** – Matriz de impedâncias primitivas trifásica ( $z_{prim}^{abc}$ ) referente à Figura 3.1

nl \ nl	1			2			3			4		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
a	$Z_{12}^{aa}$	$Z_{12}^{ab}$	$Z_{12}^{ac}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1b	$Z_{12}^{ba}$	$Z_{12}^{bb}$	$Z_{12}^{bc}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	$Z_{12}^{ca}$	$Z_{12}^{cb}$	$Z_{12}^{cc}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	$Z_{24}^{aa}$	$Z_{24}^{ab}$	$Z_{24}^{ac}$	0	0	0	0	0	0
2b	0	0	0	$Z_{24}^{ba}$	$Z_{24}^{bb}$	$Z_{24}^{bc}$	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	$Z_{24}^{ca}$	$Z_{24}^{cb}$	$Z_{24}^{cc}$	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0	$Z_{23}^{aa}$	$Z_{23}^{ab}$	$Z_{23}^{ac}$	0	0	0
3b	0	0	0	0	0	0	$Z_{23}^{ba}$	$Z_{23}^{bb}$	$Z_{23}^{bc}$	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	$Z_{23}^{ca}$	$Z_{23}^{cb}$	$Z_{23}^{cc}$	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Z_{34}^{aa}$	$Z_{34}^{ab}$	$Z_{34}^{ac}$
4b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Z_{34}^{ba}$	$Z_{34}^{bb}$	$Z_{34}^{bc}$
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Z_{34}^{ca}$	$Z_{34}^{cb}$	$Z_{34}^{cc}$

Ou generalizando, para uma rede com  $n/$  linhas conectadas entre as barras  $[(k-m) \dots (p-q)]$ , tem-se que

$$\mathbf{z}_{prim}^{abc} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{km}^{abc} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_{pq}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{km}^{aa} & \dot{Z}_{km}^{ab} & \dot{Z}_{km}^{ac} & & & \\ \dot{Z}_{km}^{ba} & \dot{Z}_{km}^{bb} & \dot{Z}_{km}^{bc} & & & \\ \dot{Z}_{km}^{ca} & \dot{Z}_{km}^{cb} & \dot{Z}_{km}^{cc} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \dot{Z}_{pq}^{aa} & \dot{Z}_{pq}^{ab} & \dot{Z}_{pq}^{ac} \\ & & & & \dot{Z}_{pq}^{ba} & \dot{Z}_{pq}^{bb} & \dot{Z}_{pq}^{bc} \\ & & & & \dot{Z}_{pq}^{ca} & \dot{Z}_{pq}^{cb} & \dot{Z}_{pq}^{cc} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

O cálculo da matriz de admitância de barra trifásica segue os seguintes passos:

- montar matrizes de incidência,  $\mathbf{A}^{abc}$  e  $\mathbf{z}_{prim}^{abc}$ . Os ramos equivalentes aos transformadores de distribuição e reguladores de tensão são, preliminarmente, considerados como linhas trifásicas sem acoplamento mútuo;
- obter  $\dot{\mathbf{Y}}_L$  através da equação (3.5); cujo formato geral para um sistema de 2 barras 1 linha com acoplamento mútuo entre as fases, por exemplo, é:

$$\dot{\mathbf{Y}}_L = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11}^a & 0 & 0 & \dot{Y}_{12}^a & \dot{Y}_{12}^{ab} & \dot{Y}_{12}^{ac} \\ 0 & \dot{Y}_{11}^b & 0 & \dot{Y}_{12}^{ba} & \dot{Y}_{12}^b & \dot{Y}_{12}^{bc} \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{11}^c & \dot{Y}_{12}^{ca} & \dot{Y}_{12}^{cb} & \dot{Y}_{12}^c \\ \dot{Y}_{21}^a & \dot{Y}_{21}^{ab} & \dot{Y}_{21}^{ac} & \dot{Y}_{22}^a & 0 & 0 \\ \dot{Y}_{21}^{ba} & \dot{Y}_{21}^b & \dot{Y}_{21}^{bc} & 0 & \dot{Y}_{22}^b & 0 \\ \dot{Y}_{21}^{ca} & \dot{Y}_{21}^{cb} & \dot{Y}_{21}^c & 0 & 0 & \dot{Y}_{22}^c \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

- modificar  $\dot{\mathbf{Y}}_L$  de tal modo a incorporar o modelos do regulador de tensão (2.33), transformando-a na matriz em,  $\dot{\mathbf{Y}}_{bus}^{abc}$ .
- trocar de linhas e colunas de  $\dot{\mathbf{Y}}_{bus}^{abc}$  de tal modo a transformá-la na forma:

$$\dot{\mathbf{Y}}_{bus}^{abc} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11}^a & \dot{Y}_{12}^a & 0 & \dot{Y}_{12}^{ab} & 0 & \dot{Y}_{12}^{ac} \\ \dot{Y}_{21}^a & \dot{Y}_{22}^a & \dot{Y}_{21}^{ab} & 0 & \dot{Y}_{21}^{ac} & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{12}^{ba} & \dot{Y}_{11}^b & \dot{Y}_{12}^b & 0 & \dot{Y}_{12}^{bc} \\ \dot{Y}_{21}^{ba} & 0 & \dot{Y}_{21}^b & \dot{Y}_{22}^b & \dot{Y}_{21}^{bc} & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{12}^{ca} & 0 & \dot{Y}_{12}^{cb} & \dot{Y}_{11}^c & \dot{Y}_{12}^c \\ \dot{Y}_{21}^{ca} & 0 & \dot{Y}_{21}^{cb} & 0 & \dot{Y}_{21}^c & \dot{Y}_{22}^c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

cujos blocos estão agrupados por fase e não mais por barras como em (3.12).

### 3.2.3 Reorganização da matriz admitância trifásica

A troca de linhas e colunas da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$  é feita afim de se manter todas as impedâncias de cada fase juntas. Tal reorganização é feita da seguinte forma:

- Cria-se a matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$ ;
- Fase A:
  - Linha 1 permanece na mesma posição na matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$ ;
  - Linha n+3 muda para posição Linha m+1, onde n é a linha anteriormente realocada e m é a posição onde a linha anterior foi alocada na matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$ ;
- Fase B:
  - Linha 2 vai a posição 1+nb na matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$ ,
  - Linha n+3 muda para posição Linha m+1, onde n é a linha anteriormente realocada e m é a posição onde a linha anterior foi alocada;
- Fase C:
  - Linha 2 vai a posição 1+2.nb na matriz  $\dot{\mathbf{Y}}_L$ ,
  - Linha n+3 muda para posição Linha m+1, onde n é a linha anteriormente realocada e m é a posição onde a linha anterior foi alocada.

### 3.3 MODELAGEM DO FPO TRIFÁSICO

Primeiramente, serão descritos os dados de entrada para resolução do FPO.

#### 3.3.1 Parâmetros de Entrada

O primeiro dado de entrada é referente à carga que deverá ser atendida em cada uma das fases e representada pelo vetor ***Pd*** (potência ativa demandada) e o vetor ***Qd*** (potência reativa demandada), ambos com dimensão (nb.nf x 1) onde nb é o número de barras e nf é o número de fases (neste caso igual a três).

$$\mathbf{P_d} = \begin{bmatrix} Pd_1^a \\ \vdots \\ Pd_{nb}^a \\ \vdots \\ Pd_1^{nf} \\ \vdots \\ Pd_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde,

***Pd*** : vetor de potência ativa demandada, de dimensão (nb.nf x 1);

nb : número de barras;

a,b,c : fases a, b e c.

$Pd_i^k$  : representa a potência ativa demandada na barra i na fase k.

$$\mathbf{Q_d} = \begin{bmatrix} Qd_1^a \\ \vdots \\ Qd_{nb}^a \\ \vdots \\ Qd_1^{nf} \\ \vdots \\ Qd_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde,

***Qd*** : vetor de potência reativa demandada, de dimensão (nb.nf x 1);

$Qd_i^k$  : representa a potência reativa demandada na barra i na fase k.

Outro dado de entrada são os vetores que representam os limites máximos e mínimos das potências ativas e reativas do transformador da subestação que alimenta a rede e as potências referentes à geração distribuída se existente.

$$\mathbf{Ptf}_{max} = \begin{bmatrix} Ptf_{max}_1^a \\ \vdots \\ Ptf_{max}_{nb}^a \\ \vdots \\ Ptf_{max}_1^{nf} \\ \vdots \\ Ptf_{max}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde,

**Pft\_max**: vetor de limite máximo de potência ativa fornecida ao sistema pela subestação, de dimensão (nb.nf x 1);

$Pft_{max}_i^k$  : limite máximo de potência ativa fornecida pela subestação conectada na barra i fase k;

$$\mathbf{Pgd}_{max} = \begin{bmatrix} Pgd_{max}_1^a \\ \vdots \\ Pgd_{max}_{nb}^a \\ \vdots \\ Pgd_{max}_1^{nf} \\ \vdots \\ Pgd_{max}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

onde,

**Pgd\_max** : vetor de limite máximo de potência ativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

$Pgd_{max}_i^k$  : limite máximo de potência ativa da geração distribuída conectada na barra i fase k.

$$\mathbf{Ptf}_{min} = \begin{bmatrix} Ptf\_min_1^a \\ \vdots \\ Ptf\_min_{nb}^a \\ \vdots \\ Ptf\_min_1^{nf} \\ \vdots \\ Ptf\_min_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde,

$\mathbf{Ptf}_{min}$  : vetor de limite mínimo de potência ativa fornecida ao sistema de dimensão (nb.nf x 1);

$Pft\_min_i^k$  : limite mínimo de potência ativa do transformador que alimenta a rede na barra i fase k.

$$\mathbf{Pgd}_{min} = \begin{bmatrix} Pgd\_min_1^a \\ \vdots \\ Pgd\_min_{nb}^a \\ \vdots \\ Pgd\_min_1^{nf} \\ \vdots \\ Pgd\_min_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde,

$\mathbf{Pgd}_{min}$  : vetor de limite mínimo de potência ativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);.

$Pgd\_min_i^k$  : limite mínimo de potência ativa da geração distribuída conectada na barra i fase k.

$$\mathbf{Qtf}_{max} = \begin{bmatrix} Qtf\_max_1^a \\ \vdots \\ Qtf\_max_{nb}^a \\ \vdots \\ Qtf\_max_1^{nf} \\ \vdots \\ Qtf\_max_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde,

**$Qf_{max}$**  : vetor de limite máximo de potência reativa dos transformadores que alimentam a rede, de dimensão (nb.nf x 1);

$Qf_{max}_i^k$  : limite máximo de potência reativa do transformador que alimenta a rede na barra i fase k.

$$Qgd_{max} = \begin{bmatrix} Qgd_{max}_1^a \\ \vdots \\ Qgd_{max}_{nb}^a \\ \vdots \\ Qgd_{max}_1^{nf} \\ \vdots \\ Qgd_{max}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

onde,

**$Qgd_{max}$**  : vetor de limite máximo de potência reativa fornecida pela geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

$Qgd_{max}_i^k$  : limite máximo de potência reativa fornecida pela geração distribuída conectada na barra i fase k.

$$Qtf_{min} = \begin{bmatrix} Qtf_{min}_1^a \\ \vdots \\ Qtf_{min}_{nb}^a \\ \vdots \\ Qtf_{min}_1^{nf} \\ \vdots \\ Qtf_{min}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde,

**$Qft_{min}$**  : vetor de limite mínimo de potência reativa dos transformadores que alimentam a rede, de dimensão (nb.nf x 1);

$Qft_{min}_i^k$  : limite mínimo de potência reativa do transformador que alimenta a rede na barra i na fase k.

$$\mathbf{Qgd}_{min} = \begin{bmatrix} Qgd_{min}_1^a \\ \vdots \\ Qgd_{min}_{nb}^a \\ \vdots \\ Qgd_{min}_1^{nf} \\ \vdots \\ Qgd_{min}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde,

**$Qgd_{min}$**  : vetor de limite mínimo de potência reativa da geração distribuída, de dimensão (nb.nf x 1);

$Qgd_{min}_i^k$  : limite mínimo de potência reativa da geração distribuída conectada na barra i fase k.

Também, deve ser informado os vetores de limites máximos e mínimos das magnitudes de tensão e dos taps dos reguladores de tensão:

$$\mathbf{v}_{min} = \begin{bmatrix} vmin_1^a \\ \vdots \\ vmin_{nb}^a \\ \vdots \\ vmin_1^{nf} \\ \vdots \\ vmin_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde,

**$vmin$**  : vetor de limite mínimo de tensão em módulo, de dimensão (nb.nf x 1);

$Vmin_i^k$  : mínima magnitude de tensão da barra i fase k.



$$\mathbf{v}_{max} = \begin{bmatrix} v_{max}_1^a \\ \vdots \\ v_{max}_{nb}^a \\ \vdots \\ v_{max}_1^{nf} \\ \vdots \\ v_{max}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde,

$v_{max}_i^k$  : máxima magnitude de tensão da barra i fase k;

$\mathbf{v}_{max}$  : vetor de limite máximo de tensão em módulo, de dimensão (nb.nf x 1).

$$\mathbf{t}_{min} = \begin{bmatrix} t_{min}_1^a \\ \vdots \\ t_{min}_{nl}^a \\ \vdots \\ t_{min}_1^{nf} \\ \vdots \\ t_{min}_{nl}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde,

$t_{min}_i^k$  : tap mínimo da linha i fase k;

$\mathbf{t}_{min}$  : vetor de limite mínimo de taps, de dimensão (nl.nf x 1);

nl : número de linhas.

$$\mathbf{t}_{max} = \begin{bmatrix} t_{max}_1^a \\ \vdots \\ t_{max}_{nl}^a \\ \vdots \\ t_{max}_1^{nf} \\ \vdots \\ t_{max}_{nl}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde,

$t_{max}_i^k$  : tap máximo da linha i fase k;

$t_{max}$  : vetor de limite máximo dos taps de dimensão (nl.nf x 1).

Deve também ser informado os valores de susceptância capacitiva dos capacitores instalados na rede:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1^a \\ \vdots \\ c_{nb}^a \\ \vdots \\ c_1^{nf} \\ \vdots \\ c_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

onde,

$c_i^k$  : susceptância capacitiva do capacitor instalado na barra i fase k;

$\mathbf{c}$  : vetor com as susceptâncias de todos os capacitores instalados, de dimensão (nb.nf x 1);

nb : número de barras.

Além destes dados, devem-se fornecer os parâmetros e configurações do sistema para formação da matriz de impedância de barra, da barra de referência, da localização dos reguladores de tensão e de quais reguladores são trifásicos.

### 3.3.2 Variáveis de Otimização e Controle

A variável de otimização referente à tensão fasorial é representada na forma retangular, como descrito a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1^a \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^a \\ \vdots \\ \dot{V}_1^{nf} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^a \\ \vdots \\ e_{nb}^a \\ \vdots \\ e_1^{nf} \\ \vdots \\ e_{nb}^{nf} \end{bmatrix} + j. \begin{bmatrix} f_1^a \\ \vdots \\ f_{nb}^a \\ \vdots \\ f_1^{nf} \\ \vdots \\ f_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Que também pode ser representada por:

$$\dot{V} = \mathbf{e} + j. \mathbf{f} \quad (3.30)$$

onde,

$\vec{V}$ : vetor formado pelos fasores de tensão de todas as barras e todas as fases de dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$\mathbf{e}$ : parte real do fasor tensão, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ ;

$\mathbf{f}$ : parte imaginária do fasor tensão, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

Pode-se representar a tensão de forma compacta através de um vetor  $\mathbf{x}$ , cujos elementos são as componentes reais e imaginárias das tensões de barra.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1^a \\ \vdots \\ e_{nb}^a \\ \vdots \\ e_1^{nf} \\ \vdots \\ e_{nb}^f \\ f_1^a \\ \vdots \\ f_{nb}^a \\ \vdots \\ \vdots \\ f_1^{nf} \\ \vdots \\ f_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde,

$\mathbf{x}$  : vetor que armazena as variáveis reais e imaginárias de todas as tensões de barra com dimensão  $[2.nb.nf \times 1]$ .

A fim de facilitar os cálculos e se obter os vetores  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{f}$  a partir do vetor  $\mathbf{x}$  utilizam-se as seguintes matrizes:

$$\Gamma_e = [\Gamma \quad N] \quad (3.32)$$

e

$$\Gamma_f = [N \quad \Gamma] \quad (3.33)$$

onde,

$\Gamma$  : matriz identidade de dimensão  $[(nb.nf) \times (nb.nf)]$ ;

$N$  : matriz nula de dimensão  $[(nb.nf) \times (nb.nf)]$ ;

$\Gamma_e$  : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz  $N$ , logo com dimensão  $[(nb.nf) \times (2.nb.nf)]$ , de tal forma que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões das barras, possa ser escrito por:

$$e = \Gamma_e \cdot x \quad (3.34)$$

$\Gamma_f$  : matriz composta pela justaposição da matriz  $N$  e da matriz  $\Gamma$ , logo com dimensão  $[(nb.nf) \times (2.nb.nf)]$ , de tal forma que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões das barras, possa ser escrito por:

$$f = \Gamma_f \cdot x \quad (3.35)$$

A variável de otimização referente à potência ativa fornecida pelo transformador é o vetor  $P_{tf}$ , e pelas usinas de geração distribuída é o vetor  $P_{gd}$ , ambos com dimensão  $[nb.nf \times 1]$ :

$$P_{tf} = \begin{bmatrix} P_{tf_1^a} \\ \vdots \\ P_{tf_{nb}^a} \\ \vdots \\ P_{tf_1^{nf}} \\ \vdots \\ P_{tf_{nb}^{nf}} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

onde,

$P_{tf}$  : vetor de potências ativas dos transformadores das subestações com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$$\mathbf{P}_{gd} = \begin{bmatrix} Pgd_1 \\ \vdots \\ Pgd_i \\ \vdots \\ Pgd_{nb} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

onde,

$Pgd_i$  : representa a potência ativa fornecida pela geração distribuída conectada a barra  $i$ ;

$\mathbf{P}_{gd}$  : vetor de potências ativas das usinas de geração distribuída com dimensão  $(nb \times 1)$ .

$$\mathbf{Pg}_{gd} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gd} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{gd} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$\mathbf{Pg}_{gd}$  : vetor que representa a geração de potência ativa das usinas de geração distribuída para todas as fases, de dimensão  $[nb.nf \times 1]$ , que é formado através da repetição do vetor  $\mathbf{P}_{gd}$ .

Portanto,  $\mathbf{P}_{gd}$  é constante para as  $nf$  fases de cada usina, sendo esse valor otimizado através do problema de otimização.

Para se representar vetorialmente  $\mathbf{Pg}_{gd}$  é necessária a introdução da matriz  $\Gamma_{P_{gd}}$ :

$$\Gamma_{P_{gd}} = \begin{bmatrix} 1 & & 1 & & \ddots & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & & & & 1 & \\ & & \ddots & & \ddots & & & & \ddots \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & \ddots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

onde,

$\Gamma_{P_{gd}}$  : matriz de dimensão  $[nb \times (nb.nf)]$  composta por  $nf$  matrizes diagonais unitárias.

Assim,

$$\mathbf{P}g_{gd} = \Gamma_{P_{gd}}^T \cdot \mathbf{P}_{gd} . \quad (3.40)$$

A potência ativa total gerada é composta pela soma vetorial da potência ativa fornecida pelos transformadores e potência ativa gerada nas usinas de geração distribuída:

$$\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} Ptf_1^a \\ \vdots \\ Ptf_{nb}^a \\ \vdots \\ Ptf_1^{nf} \\ \vdots \\ Ptf_{nb}^{nf} \end{bmatrix} + \Gamma_{P_{gd}}^T \cdot \mathbf{P}_{gd} . \quad (3.41)$$

Que pode ser representado por:

$$\mathbf{P}_g = \mathbf{P}_{tf} + \mathbf{P}g_{gd} \quad (3.42)$$

onde,

$\mathbf{P}_g$  : vetor de potência ativa total fornecida pelos transformadores mais potência total ativa fornecida pela geração distribuída, com dimensão (nb.nf x 1).

A variável relacionada à potência reativa fornecida pelos transformadores é o vetor  $\mathbf{Q}_{tf}$ , e pelas usinas de geração distribuída é o vetor  $\mathbf{Q}_{gd}$ , ambos com dimensão (nb.nf x 1):

$$\mathbf{Q}_{tf} = \begin{bmatrix} Qtf_1^a \\ \vdots \\ Qtf_{nb}^a \\ \vdots \\ Qtf_1^{nf} \\ \vdots \\ Qtf_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

onde,

$Q_{tf_i^k}$  : representa a potência reativa fornecida pelo transformador conectado a barra  $i$  na fase  $k$ ;

$Q_{tf}$  : vetor de potências reativas dos transformadores com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$$Q_{gd} = \begin{bmatrix} Qgd_1^a \\ \vdots \\ Qgd_{nb}^a \\ \vdots \\ Qgd_1^{nf} \\ \vdots \\ Qgd_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

onde,

$Qgd_i^k$  : representa a potência reativa fornecida pela geração distribuída conectada a barra  $i$  na fase  $k$ ;

$Q_{gd}$  : vetor de potências reativas das usinas de geração distribuída com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

$$Q_g = \begin{bmatrix} Q_{tf_1^a} \\ \vdots \\ Q_{tf_{nb}^a} \\ \vdots \\ Q_{tf_1^{nf}} \\ \vdots \\ Q_{tf_{nb}^{nf}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Qgd_1^a \\ \vdots \\ Qgd_{nb}^a \\ \vdots \\ Qgd_1^{nf} \\ \vdots \\ Qgd_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Que pode ser representado por:

$$Q_g = Q_{tf} + Q_{gd} \quad (3.46)$$

onde,

$Q_g$  : vetor de potência reativa total fornecida pelos transformadores e pela geração distribuída, com dimensão (nb.nf x 1).

A variável relacionada aos taps é o vetor  $t$  com dimensão (nl.nf x 1):

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1^a \\ \vdots \\ t_{nl}^a \\ \vdots \\ t_1^{nf} \\ \vdots \\ t_{nl}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

onde,

$t_i^k$  : representa o tap na linha  $i$  na fase  $k$ ;

$\mathbf{t}$  : vetor de taps com dimensão (nl.nf x 1).

### 3.3.3 Balanço de Potência Ativa e Reativa

A fim de contornar problemas de mau condicionamento numérico encontrados em redes de distribuição excessivamente longas e radiais, utilizou-se a forma retangular para representação do fasor tensão. Deste modo, as restrições de igualdade do problema se tornam quadráticas e, conseqüentemente, mais fáceis de trabalhar. Outra vantagem é que a matriz hessiana do problema é constante e a expansão em Taylor é exata para o termo de ordem dois.

Assim, é preciso detalhar a modelagem das equações de balanço de potência ativa e reativa para  $nf$  fases utilizando a forma retangular.

O vetor das potências injetadas em todas as fases e todas as barras é:



$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{P} + j \cdot \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1^a \\ \vdots \\ \dot{S}_{nl}^a \\ \vdots \\ \dot{S}_1^{nf} \\ \vdots \\ \dot{S}_{nl}^{nf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{tf_1^a} + P_{gd_1^a} - P_{d_1^a} + jQ_{tf_1^a} + jQ_{gd_1^a} - jQ_{d_1^a} \\ \vdots \\ P_{tf_{nb}^a} + P_{gd_{nb}^a} - P_{d_{nb}^a} + jQ_{tf_{nb}^a} + jQ_{gd_{nb}^a} - jQ_{d_{nb}^a} \\ \vdots \\ P_{tf_1^{nf}} + P_{gd_1^{nf}} - P_{d_1^{nf}} + jQ_{tf_1^{nf}} + jQ_{gd_1^{nf}} - jQ_{d_1^{nf}} \\ \vdots \\ P_{tf_{nb}^{nf}} + P_{gd_{nb}^{nf}} - P_{d_{nb}^{nf}} + jQ_{tf_{nb}^{nf}} + jQ_{gd_{nb}^{nf}} - jQ_{d_{nb}^{nf}} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

onde,

$\dot{\mathbf{S}}$  : vetor de injeção de potência aparente englobando todas as fases, com dimensão (nb.nf x 1);

$\mathbf{P}$  : vetor de injeção de potência ativa englobando todas as fases, dimensão (nb.nf x 1)

$\mathbf{Q}$  : vetor de injeção de potência reativa englobando todas as fases, dimensão (nb.nf x 1).

Utilizando a matriz de injeção de potência obtém-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^a & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \dot{V}_{nb}^a & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \dot{V}_1^{nf} & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \dot{V}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{Y}^* & & \\ & \ddots & \\ & & \dot{Y}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^a \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^a \\ \vdots \\ \dot{V}_1^{nf} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Fazendo-se a separação da parte real e da parte imaginária da equação 3.49 obtém-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} = & \begin{bmatrix} \text{diag}(e^1) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(e^{nf}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G.e^1 - B.f^1 & & \\ & \ddots & \\ & & G.e^{nf} - B.f^{nf} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \text{diag}(f^1) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(f^{nf}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B.e^1 + G.f^1 & & \\ & \ddots & \\ & & B.e^{nf} + G.f^{nf} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q} = & \begin{bmatrix} \text{diag}(f^1) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(f^{nf}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G.e^1 - B.f^1 & & \\ & \ddots & \\ & & G.e^{nf} - B.f^{nf} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \text{diag}(e^1) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(e^{nf}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B.e^1 + G.f^1 & & \\ & \ddots & \\ & & B.e^{nf} + G.f^{nf} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.51)$$

onde,

$$\mathbf{e}^k = \begin{bmatrix} e_1^k \\ \vdots \\ e_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor referente à parte real da tensão na fase k, com dimensão}$$

(nb x 1);

$$\mathbf{f}^k = \begin{bmatrix} f_1^k \\ \vdots \\ f_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor referente à parte imaginária da tensão na fase k, com}$$

dimensão (nb x 1);

**G** : parte real de  $\dot{Y}$ , ou seja matriz de condutância de barra com dimensão (nf.nb x nf.nb);

**B** : parte imaginária de  $\dot{Y}$ , ou seja matriz de susceptância de barra com dimensão (nf.nb x nf.nb).

A potência injetada nas barras é dada por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d \quad (3.52)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_g + \text{diag}(|\dot{V}|^2) \cdot \mathbf{c} - \mathbf{Q}_d \quad (3.53)$$

sendo,

$P_g$  : vetor contendo a potência ativa total fornecida pelos transformadores, e geração distribuída com dimensão (nb.nf x 1);

$P_d$  : vetor contendo a demanda de potência ativa, com dimensão (nb.nf x 1);

$Q_g$  : vetor contendo a potência reativa total, com dimensão (nb.nf x 1);

$Q_d$  : vetor contendo a demanda de potência reativa, com dimensão (nb.nf x 1).

$|\dot{V}|^2 \cdot c$ : parcela referente a potência reativa fornecida pelos capacitores, com dimensão (nb.nf x 1)

$\dot{V}$ : vetor contendo o fasor tensão com dimensão (nb.nf x 1).

Para o equacionamento das equações acima, ainda é preciso definir as seguintes equações:

$$GG = \text{real}(\dot{Y}_{\text{bus}}^{\text{abc}}) \quad (3.54)$$

$$BB = \text{imag}(\dot{Y}_{\text{bus}}^{\text{abc}}). \quad (3.55)$$

Assim, pode-se representar as equações em função de  $P_g$ ,  $Q_g$  e  $x$ , utilizando as matrizes anteriores, ficando assim as equações de balanço ativo conforme equação (3.54) e as equações de balanço reativo conforme equação (3.55).

$$P_g - P_d = \{ \text{diag}(\Gamma_e \cdot x) \cdot [GG \quad -BB] + \text{diag}(\Gamma_f \cdot x) [BB \quad GG] \} \cdot x \quad (3.56)$$

$$Q_g + \text{diag}(|\dot{V}|^2) \cdot c - Q_d = \{ \text{diag}(\Gamma_f \cdot x) \cdot [GG \quad -BB] - \text{diag}(\Gamma_e \cdot x) [BB \quad GG] \} \cdot x. \quad (3.57)$$

As equações (3.52) e (3.53) são análogas as equações (3.58) e (3.59), que também podem ser representadas de forma compacta como:

$$P_g - P_d = P(x, t) \cdot x \quad (3.58)$$

$$Q_g + \text{diag}(|\dot{V}|^2) \cdot c - Q_d = Q(x, t) \cdot x. \quad (3.59)$$

### 3.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

#### 3.4.1 Critérios de Otimização

A função objetivo (f.o.) pode incorporar um ou mais objetivos, como por exemplo, custo de produção, partida de unidades geradoras, corte de carga, perdas na transmissão ou distribuição, entre outros.

Considerando-se os transformadores da subestação (no caso da rede possuir mais de um alimentador) e as usinas de geração distribuída, formulou-se a seguinte função objetivo, que minimiza as perdas elétricas:

$$f.o. = u' \cdot (P_{tf} + P_{gd} - P_d) \quad (3.60)$$

onde,

$u$  : vetor unitário de dimensão (nb);

$P_{tf}$  : vetor de potências fornecidas pelos transformadores das subestações;

$P_{gd}$  : vetor de potências geradas pelas usinas de geração distribuída;

$P_d$  : vetor de potências demandadas por todas as barras.

Sendo que esta função objetivo está sujeita a restrições de igualdade (limites de geração ativa e reativa, ângulo de referência e ajuste de taps trifásicos) e restrições de desigualdade (limites dos transformadores e geração distribuída, limite das linhas de transmissão, limite de magnitude de tensão nas barras) que são descritas na sequência.

#### 3.4.2 Restrições de Igualdade

As equações de balanço de potência de ativa e reativas modeladas como (3.60) e (3.61), são duas restrições de igualdade básica e representadas compactamente por:

$$P_g - P_d = P(x, t) \cdot x \quad (3.61)$$

$$\mathbf{Q}_g + \text{diag}(|\dot{\mathbf{V}}|^2) \cdot \mathbf{c} - \mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{x} . \quad (3.62)$$

Deve-se considerar uma referência angular (ângulo de fase igual a zero para a primeira fase).

Levando-se em conta que a representação escolhida para o fasor tensão é a retangular, o que implica que a referência na parte imaginária do valor de tensão na forma retangular é igual a zero na barra de referência (FERNANDES, 2004).

$$f_{ref} = 0 \quad (3.63)$$

Como várias fases são analisadas, a extensão dessa consideração deve ser:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

onde,

**d**: matriz de dimensão [(nf) x (2.nf.nb)], sendo que as nb x nf primeiras colunas e as subsequentes são elementos nulos, exceto as posições correspondentes à barra de referência para cada fase k representado por linhas, a qual assume valor unitário.

Deste modo:

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{x} = 0 . \quad (3.65)$$

A defasagem de 120° entre as fases é inserida após a convergência do programa.

As duas últimas restrições de igualdade dizem respeito ao ajuste de taps para reguladores de tensão trifásicos com um único comutador de taps, no qual devemos ter:

$$\begin{bmatrix} t_1^a \\ \vdots \\ t_{nl}^a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t_1^b \\ \vdots \\ t_{nl}^b \end{bmatrix} = 0 \quad (3.66)$$

$$\begin{bmatrix} t_1^a \\ \vdots \\ t_{nl}^a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t_1^c \\ \vdots \\ t_{nl}^c \end{bmatrix} = 0 . \quad (3.67)$$

Como necessita-se apenas das posições onde se encontra o regulador de tensão trifásico, utiliza-se a matriz  $\Gamma_a$  para se atuar somente nas posições desejadas:

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} 1 & \dots & nl & -1 & \dots & -nl \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ nl & \dots & nl & -nl & \dots & -nl \\ 1 & \dots & nl & -1 & \dots & -nl \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ nl & \dots & nl & -nl & \dots & -nl \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

onde,

$\Gamma_t$  : matriz de dimensão  $[(nf-1).nl \times nf.nl]$ , onde todas as posições são nulas, exceto aquelas onde existe regulador trifásico, que assumirá valor igual a 1 na primeira fase e valor -1 nas demais fases.

Deste modo:

$$\Gamma_t \cdot t = 0 . \quad (3.69)$$

### 3.4.3 Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas e operacionais do sistema como descritas a seguir:

#### a) Limites de Geração de Potência Ativa e Reativa

As potências ativas e reativas fornecidas pelos transformadores e geradas pelos geradores devem estar dentro dos limites.

$$P_{tf_{min}} \leq P_{tf} \leq P_{tf_{max}} \quad (3.70)$$

$$Q_{tf_{min}} \leq Q_{tf} \leq Q_{tf_{max}} \quad (3.71)$$

$$P_{gd_{min}} \leq P_{gd} \leq P_{gd_{max}} \quad (3.72)$$

$$Q_{gd_{min}} \leq Q_{gd} \leq Q_{gd_{max}} \quad (3.73)$$

onde,

$P_{tf_{min}}$  e  $P_{tf_{max}}$  : vetores que contém, respectivamente, os limites mínimos e máximos de potência ativa dos transformadores, com dimensão (nb.nf x 1);

$Q_{tf_{min}}$  e  $Q_{tf_{max}}$  : vetores que contém, respectivamente, os limites mínimos e máximos de potência reativa dos transformadores, com dimensão (nb.nf x 1);

$P_{gd_{min}}$  e  $P_{gd_{max}}$  : vetores que contém respectivamente os limites mínimos e máximos de potência ativa da geração distribuída, com dimensão (nb.nf x 1);

$Q_{gd_{min}}$  e  $Q_{gd_{max}}$  : vetores que contém respectivamente os limites mínimos e máximos de potência reativa da geração distribuída, com dimensão (nb.nf x 1).

#### b) Limites das Magnitudes de Tensão

Como se utiliza o fasor de tensão na forma retangular, é necessária uma adequada representação dos módulos de tensão ao quadrado, como descrito abaixo.

Para uma barra  $i$  qualquer, o módulo ao quadrado da tensão é:

$$|V_i|^2 = e_i^2 + f_i^2. \quad (3.74)$$

Generaliza-se a equação (3.75) em função do vetor  $x$ , através das seguintes operações:

$$e_i = v e_i^T \cdot x \quad (3.75)$$

onde,

$ve_i^T$  : representa i-ésima linha da matriz  $\Gamma_e$ .

Portanto:

$$e_i^2 = (ve_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (ve_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot ve_i) \cdot (ve_i^T \cdot \mathbf{x}) \quad (3.76)$$

Para  $f_i$  tem-se:

$$f_i = vf_i^T \cdot \mathbf{x} \quad (3.77)$$

onde,

$vf_i^T$  : representa i-ésima linha da matriz  $\Gamma_f$ .

Então:

$$f_i^2 = (vf_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (vf_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot vf_i) \cdot (vf_i^T \cdot \mathbf{x}) . \quad (3.78)$$

Fazendo-se a soma de  $e_i$  com  $f_i$ , tem-se:

$$\mathbf{x}^T \cdot N_i \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \cdot (ve_i \cdot ve_i^T + vf_i \cdot vf_i^T) \cdot \mathbf{x} . \quad (3.79)$$

Sendo que:

$$N_i = ve_i \cdot ve_i^T + vf_i \cdot vf_i^T \quad (3.80)$$

onde,

$N_i$  : Matriz auxiliar de dimensão  $[(2.nb.nf) \times (2.nb.nf)]$  utilizada para se obter a soma ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra  $i$ .

Para todas as  $nb$  barras e  $nf$  fases, tem-se então:



$$\begin{bmatrix} |\dot{V}_1^a|^2 \\ \vdots \\ |\dot{V}_{nb}^a|^2 \\ \vdots \\ |\dot{V}_1^{nf}|^2 \\ \vdots \\ |\dot{V}_{nb}^{nf}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot N_1^a \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot N_{nb}^a \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot N_1^{nf} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot N_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (3.81)$$

onde,

$\mathbf{V}(\mathbf{x})$  : função matricial de dimensão  $[(nb.nf) \times (2.nb.nf)]$ .

Deste modo, a restrição que indica o limite na magnitude de tensão na barra  $i$  pode ser escrita como:

$$V_i^k min^2 \leq \mathbf{x}^T \cdot N_i^k \cdot \mathbf{x} \leq V_i^k max^2 \quad i = 1, \dots, nb, \text{ e } k = 1, \dots, nf \quad (3.82)$$

onde,

$V_i^k min^2$  e  $V_i^k max^2$  correspondem aos valores mínimo e máximo do quadrado da magnitude da tensão na barra  $i$  e fase  $k$ . Vetores de dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

Generalizando tem-se:

$$V_{min} \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \leq V_{max} \quad (3.83)$$

onde,

$V_{min}$  e  $V_{max}$  : vetores que representam respectivamente os limites mínimos  $V_i^k min^2$  e máximos  $V_i^k max^2$  do quadrado das magnitudes da tensão para todas as  $nb$  barras e  $nf$  fases, com dimensão  $(nb.nf \times 1)$ .

### c) Limites de Fluxos nas Linhas

Devido ao problema possuir grandes proporções, a monitoração dos limites de fluxo de potência ativa completo requer muito esforço computacional, adotou-se então, a formulação do fluxo de potência linearizado, simplificando a monitoração

dessa grandeza (BORGES, 2010), a fim de diminuir os tempos de solução para quando da utilização em tempo real, onde as respostas devem ser rápidas. Ou seja, a modelagem dos fluxos nas linhas é feita em função apenas das potências ativas injetadas nas barras. Então, para cada fase tem-se:

$$\mathbf{P}^k = \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\theta}^k \quad (3.84)$$

onde,

$\boldsymbol{\theta}^k$  : vetor dos ângulos das tensões nodais  $\theta_k$ ;

$\mathbf{P}^k$  : vetor das injeções líquidas de potência ativa;

$\mathbf{B}$  : matriz admitância nodal cujos elementos são:

$$B_{km} = -x_{km}^{-1} \quad (3.85)$$

$$B_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \quad (3.86)$$

onde,

$\Omega_k$  : conjunto das barras vizinhas a barra  $k$ .

Como as perdas nas linhas são desprezadas pelo modelo linearizado, a soma das componentes de  $\mathbf{P}^k$  é nula, resulta que a matriz  $\mathbf{B}$  é singular. Ou seja, a injeção de potência em uma barra qualquer pode ser obtida através da soma algébrica das demais. Para contornar o problema da singularidade, adota-se a retirada de toda a linha e coluna referente à barra de referência, *ref*. Esta matriz modificada passa a se chamar  $\mathbf{B}'$ . Como o ângulo *ref* é igual a zero, o vetor  $\boldsymbol{\theta}$  é modificado para  $\boldsymbol{\theta}'$  que tem a posição da referência retirada.

$$\mathbf{B}'_{grande} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}' & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B}' \end{bmatrix}. \quad (3.87)$$

Então:

$$\begin{bmatrix} P_1^a \\ \vdots \\ P_{nb}^a \\ \vdots \\ P_1^{nf} \\ \vdots \\ P_{nb}^{nf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}' & 0 \\ 0 & \mathbf{B}' & & \\ & & \ddots & 0 \\ & & 0 & \mathbf{B}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1^a \\ \vdots \\ \theta_{nb}^a \\ \vdots \\ \theta_1^{nf} \\ \vdots \\ \theta_{nb}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

ou igualmente representada por:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{B}'_{grande} \cdot \boldsymbol{\theta}' \quad (3.89)$$

Isolando-se  $\boldsymbol{\theta}'$  temos:

$$\boldsymbol{\theta}' = (\mathbf{B}'_{grande})^{-1} \cdot \mathbf{P}' \quad (3.90)$$

onde,

$\mathbf{P}'$  : vetor de injeção de potência em todas as barras e para todas as fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ ;

$\boldsymbol{\theta}'$  : vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras e fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ ;

$\mathbf{B}'_{grande}^{-1}$  : matriz composta por nf matrizes  $\mathbf{B}'$  dispostas diagonalmente, com dimensão  $[(nb-1).nf \times (nb-1).nf]$ .

Sabe-se que o fluxo linear para a fase k no modelo linearizado é dado por:

$$Fl_{cc}^k = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{L1}} & & & \\ & \frac{1}{x_{L2}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{x_{nL}} \end{bmatrix} \cdot A_{inc}^k \cdot \boldsymbol{\theta}'^k = \Gamma_{FL} \cdot A_{inc}^k \cdot \boldsymbol{\theta}'^k \quad (3.91)$$

onde,

$Fl_{cc}^k$  : vetor de fluxo de potência em todas as  $nL$  linhas para a fase  $k$ , dimensão  $(nl \times 1)$ ;

$\theta'^k$  : Vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras na fase  $k$ , com dimensão  $((nb-1) \times 1)$ ;

$A_{inc}^k$  : Matriz de incidência para a fase  $k$ , de dimensão  $[nl \times (nb-1)]$ ;

$\Gamma_{FL}$  : Matriz composta pela reatância de todas as linhas, com dimensão  $[nl \times nl]$ .

Contudo, para  $nf$  fases é preciso definir as matrizes  $\Gamma_{FL\_grande}$  e  $A_{inc\_grande}$  como descrito abaixo:

$$\Gamma_{FL\_grande} = \begin{bmatrix} \Gamma_{FL} & & & \\ & \Gamma_{FL} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Gamma_{FL} \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

$$A_{inc\_grande} = \begin{bmatrix} A_{inc} & & & \\ & A_{inc} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{inc} \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

onde,

$\Gamma_{FL\_grande}$  : Matriz diagonal composta por matrizes  $\Gamma_{FL}$ , com dimensão  $[nf.nl \times nf.nl]$ ;

$A_{inc\_grande}$  : Matriz diagonal composta por matrizes  $A_{inc}$ , com dimensão  $[nf.nl \times nf(nb-1)]$ .

Logo tem-se:

$$Fl_{cc} = \Gamma_{FL\_grande} \cdot A_{inc\_grande} \cdot \theta' \quad (3.94)$$

onde,

$Fl_{cc}$  : vetor de fluxo de potência e, todas as  $nL$  linhas para todas as fases, com dimensão  $(nf.nL \times 1)$ ;

$\theta'$  : vetor dos ângulos das tensões nodais para todas as barras e fases, com dimensão  $[(nb-1).nf \times 1]$ .

Manipulando-se as equações (3.91) e (3.87) obtém-se:

$$Fl_{cc} = \Gamma_{FL\_grande} \cdot A_{inc\_grande} \cdot (B''_{grande})^{-1} \cdot P' = M_{FL} \cdot P' . \quad (3.95)$$

Assim pode-se demonstrar através do fluxo linearizado que os fluxos de potência ativa nas linhas são calculados diretamente através das potências injetadas nas barras.

Isto é:

$$Fl_{cc}(P) = M_{FL} \cdot P' \quad (3.96)$$

onde,

$M_{FL} = \Gamma_{FL\_grande} \cdot A_{inc\_grande} \cdot (B''_{grande})^{-1}$  : matriz auxiliar para o cálculo do fluxo linearizado nas linhas em todas as fases, de dimensão  $[(nf.nb) \times (nf.(nb-1))]$ .

A representação dos limites de fluxo de potência ativa que circula pelas linhas é dado por:

$$F_{max} = \begin{bmatrix} F_{max_1}^a \\ \vdots \\ F_{max_{nl}}^a \\ \vdots \\ F_{max_1}^{nf} \\ \vdots \\ F_{max_{nl}}^{nf} \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

onde,

$F_{max_i}^k$  : representa o fluxo de potência ativa máximo na linha  $i$  e na fase  $k$ ;

$F_{max}$  : vetor de fluxo de potência ativa máxima de dimensão  $(nl.nf \times 1)$ ;

$nl$  : número de linhas.

Para os limites mínimos de fluxo de potência ativa, são tomados como o negativo de  $F_{max}$ .

$$F_{min} = -F_{max} . \quad (3.98)$$

Logo a restrição de limite de fluxo nas linhas pode ser expressa como:

$$-F_{max} \leq M_{FL} P' \leq F_{max} . \quad (3.99)$$

### 3.5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Por fim, o modelo do fluxo de potência ótimo trifásico pode ser expresso da seguinte forma:

$$f.o. = u'. (P_{gd} + P_{tf} - P_d)$$

s.a

$$P_g - P_d = P(x, t). x$$

$$Q_g + |\dot{V}|^2 . c - Q_d = Q(x, t). x$$

$$d. x = 0$$

$$\Gamma_t. t = 0$$

$$P_{tf_{min}} \leq P_{tf} \leq P_{tf_{max}}$$

$$Q_{tf_{min}} \leq Q_{tf} \leq Q_{tf_{max}}$$

$$P_{gd_{min}} \leq P_{gd} \leq P_{gd_{max}}$$

$$Q_{gd_{min}} \leq Q_{gd} \leq Q_{gd_{max}}$$

$$V_{min} \leq V(x). x \leq V_{max}$$

$$-F_{max} \leq M_{FL}. P \leq F_{max}$$

$$t_{min} \leq t \leq t_{max}.$$

Este problema de otimização foi resolvido pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual, programado no MATLAB, sem utilização de pacotes de otimização.

### 3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foi apresentada a formulação matemática do FPO trifásico proposto, incluindo dados de entrada e de controle, variáveis de otimização, restrições de igualdade e de desigualdade, capaz de encontrar uma solução para a rede considerando o acoplamento mútuo entre as fases, de ajustar os TAPs dos reguladores de tensão e de considerar geração distribuída.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados numéricos das simulações realizadas no FPO trifásico proposto.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados dos experimentos computacionais obtidos através da formulação proposta nesta dissertação, a qual foi implementada na plataforma Matlab.

Os experimentos computacionais foram efetuados em um micro computador com 4Gb de memória RAM, processador 3ª geração Intel® CORE™ i5-3210M e sistema operacional Microsoft® Windows™ 7.

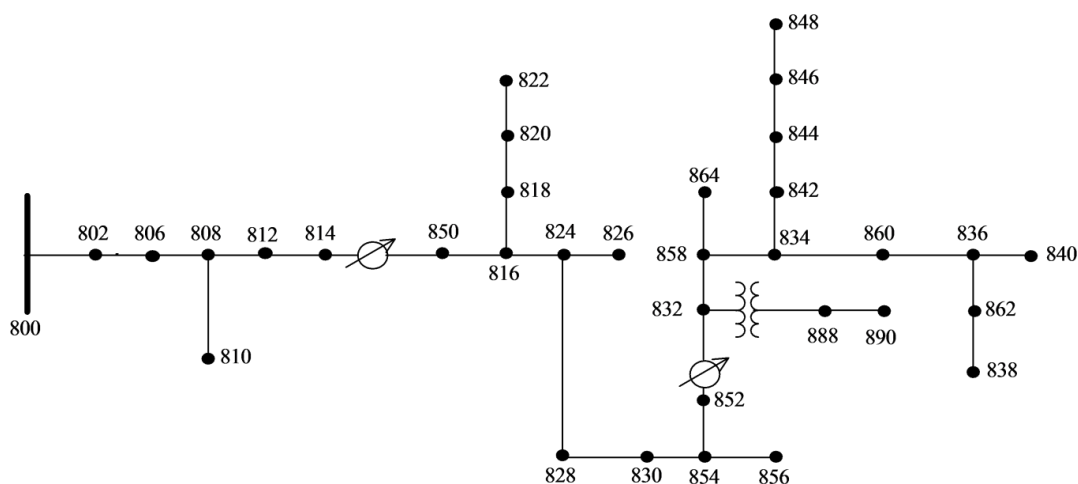
Os sistemas de distribuição utilizados foram:

- Sistema IEEE 34 Barras;
- Sistema IEEE 123 Barras.

Para cada sistema foram feitos testes desprezando-se e considerando-se as impedâncias mútuas da rede, admitindo-se um regulador trifásico com um único ajuste de taps para as três fases e os demais reguladores com taps individuais para cada fase. Adicionalmente o sistema 34 barras foi modificado acrescentando-se uma unidade de geração distribuída.

### 4.1 SISTEMA DE 34 BARRAS

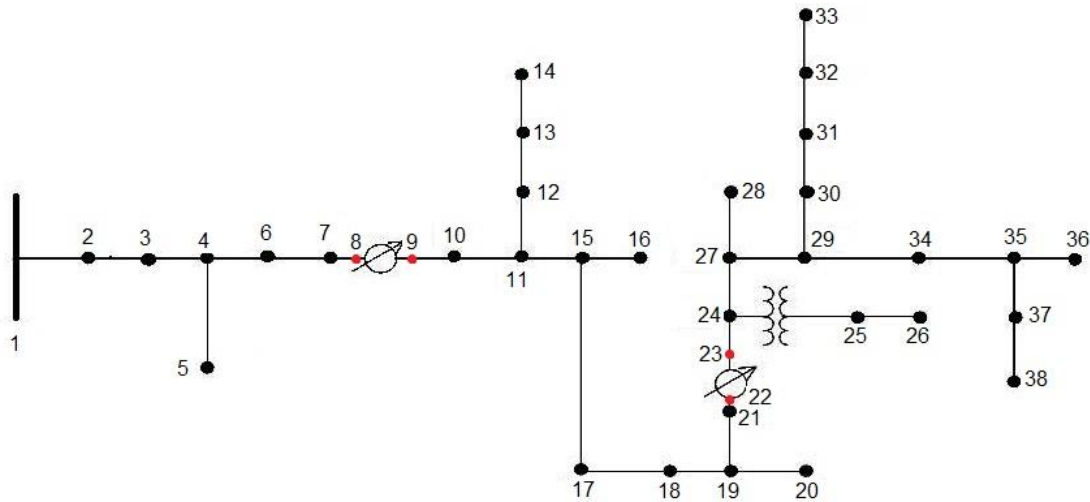
Os dados referentes ao sistema IEEE 34 barras encontram-se no Anexo A e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 4.1.



**Figura 4.1** – Sistema IEEE 34 Barras  
FONTE: IEEE 34 node test feeder



Para facilitar a entrada de dados, as barras foram renomeadas, também sendo necessária a inclusão de novas barras a jusante e a montante dos reguladores de tensão, sendo que o sistema modificado é representado na Figura 4.2.



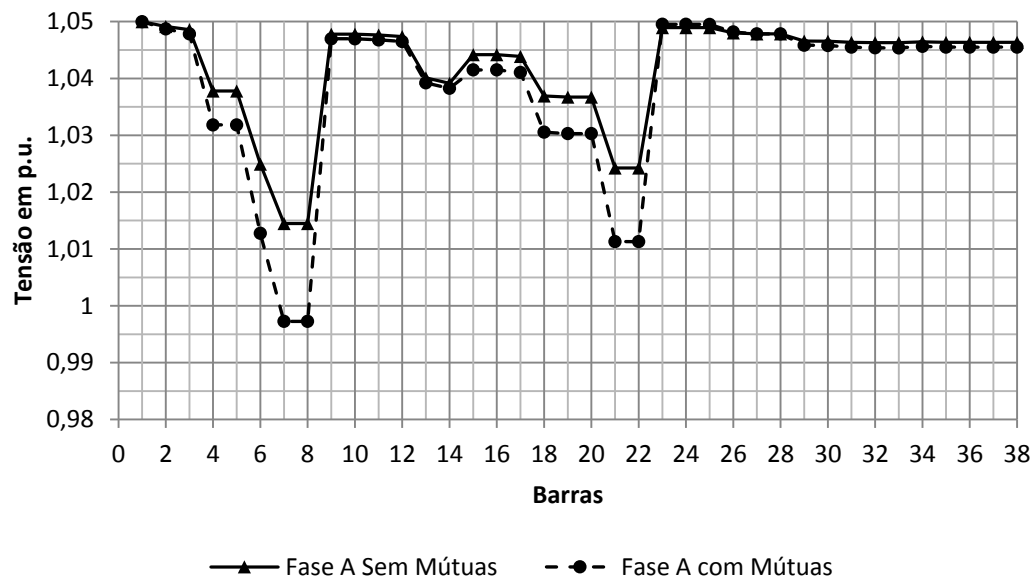
**Figura 4.2 – Sistema IEEE 34 Barras Modificado**  
FONTE: Modificado pelo autor (2012)

Para este sistema foi utilizado a potência de base de 5 MVA e tensão de base de 24,9 kV, com tolerância de  $5 \times 10^{-5}$ . Na Tabela 4.1, estão apresentados os resultados de tempo de processamento, norma infinita (NormalINF) referente ao vetor que contém os valores das Condições de Otimalidade de Primeira Ordem no ponto convergido, número de iterações e potências trifásicas totais.

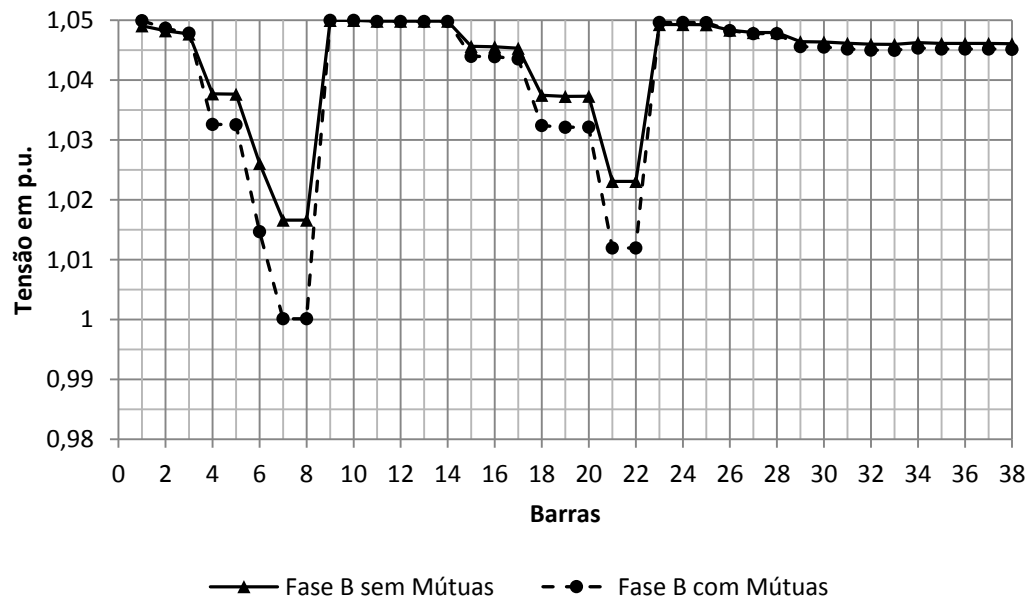
**Tabela 4.1 - Resultados do Sistema IEEE 34 Barras**

Parâmetro	Sem mútuas	Com mútuas
NormalINF	$1,06 \times 10^{-6}$	$3,98 \times 10^{-5}$
Tempo CPU	2,5625 s	3,375 s
Iterações	34	39
Potência Ativa TF + GD	0,368044 p.u.	0,373757p.u.
Potência Ativa Demandada	0,3507 p.u.	0,3507 p.u.
Perdas	0,017344 p.u.	0,023057 p.u.
Potência Reativa TF + GD	0,133656 p.u.	0,147602 p.u.
Potência Reativa Demandada	0,2078 p.u.	0,2078 p.u.

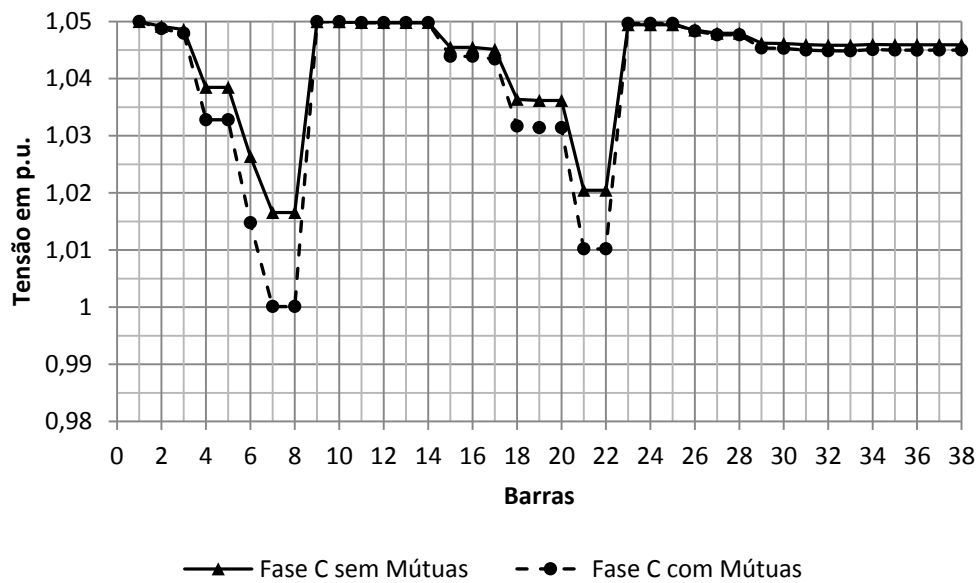
Percebe-se que apesar das cargas do sistema com e sem consideração do acoplamento mútua serem iguais, as potências ativa e reativa fornecidas ao sistema e consequentemente as perdas são maiores na modelagem considerando-se as impedâncias mútuas.



**Figura 4.3** – Magnitudes de Tensão da Fase A, com e sem mútuas sistema 34 barras



**Figura 4.4** – Magnitudes de Tensão da Fase B, com e sem mútuas sistema 34 barras



**Figura 4.5** – Magnitudes de Tensão da Fase C, com e sem mútuas sistema 34 barras

As Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 apresentam as magnitudes de tensão em cada barra nas fases A, B e C, respectivamente.

Nota-se uma visível diferença de tensão entre o sistema modelado sem mútuas e o sistema cuja modelagem leva em consideração as impedâncias mútuas. Em algumas barras, como por exemplo na 7 e 8 é possível observar também uma pequena diferença de magnitude de tensão entre as fases A, B e C, isto devido às cargas no sistema serem desbalanceadas.

Em relação a defasagem de  $120^\circ$  entre as fases pode ser observada na Tabela 4.2 as tensões e ângulos de cada fase para os resultados considerando-se o acoplamento mútuo, sendo que esta defasagem foi inserida após a convergência do algoritmo.

O cálculo do desequilíbrio de tensão percentual foi feita através da equação (4.1) que consta no item 5.3.2 em BRASIL (2012), que relaciona a magnitude de tensão de sequência negativa sobre a tensão de sequência positiva.

$$FD\% = \frac{V_-}{V_+} \cdot 100 \quad (4.1)$$

onde

$FD\%$  : fator de desequilíbrio em porcentagem;

$V_-$  : magnitude da tensão de sequência negativa;

$V_+$  : magnitude da tensão de sequência positiva.

Neste caso o desequilíbrio máximo das tensões entre fases de 2% (como citado em Brasil (2012)), pode-se observar segundo a Figura 4.6, que este sistema atendeu a este critério onde o máximo desequilíbrio percentual entre as fases foi de aproximadamente 0,45% (por exemplo, na barra 14), mesmo não tendo sido incluída nenhuma restrição deste tipo no problema.

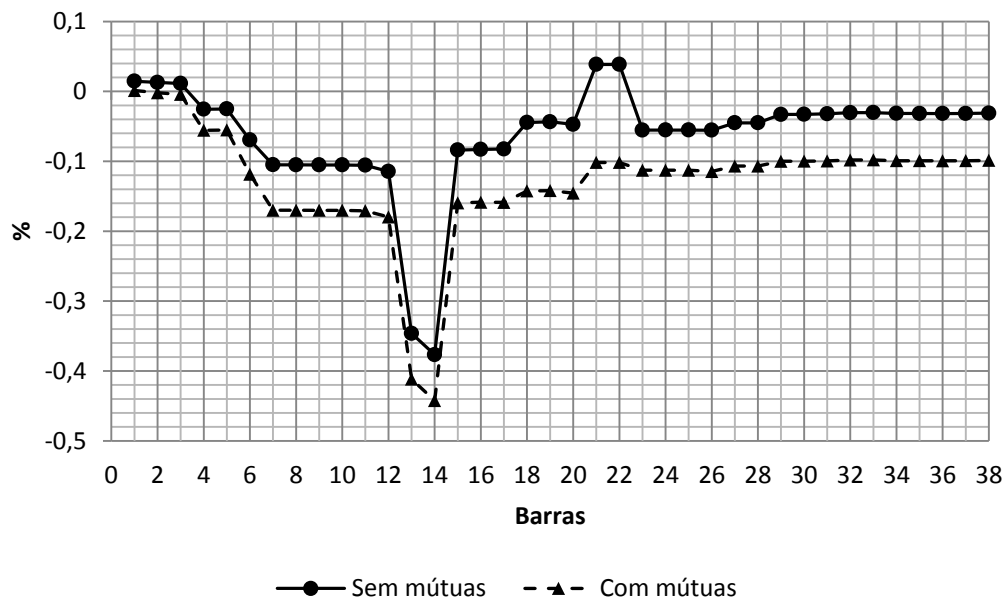
**Tabela 4.2** – Magnitude da tensão e ângulos das fases para modelagem com mútuas

Barras	Com Mútuas		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	1,0500 $\angle$ 0°	1,0499 $\angle$ 120°	1,05 $\angle$ -120°
2	1,0487 $\angle$ -0,0452°	1,0487 $\angle$ 119,9561°	1,0487 $\angle$ -120,0400°
3	1,0479 $\angle$ -0,0752°	1,0478 $\angle$ 119,9270°	1,0479 $\angle$ -120,0664°
4	1,0318 $\angle$ -0,6260°	1,0326 $\angle$ 119,3955°	1,0328 $\angle$ -120,5499°
5	0	1,0326 $\angle$ 119,3950°	0
6	1,0128 $\angle$ -1,2585°	1,0147 $\angle$ 118,7908°	1,0148 $\angle$ -121,1030°
7	0,9973 $\angle$ -1,7578°	1,0001 $\angle$ 118,3145°	1,0001 $\angle$ -121,5375°
8	0,9973 $\angle$ -1,7579°	1,0001 $\angle$ 118,3144°	1,0001 $\angle$ -121,5376°
9	1,0470 $\angle$ -1,7581°	1,05 $\angle$ 118,3143°	1,05 $\angle$ -121,5377°
10	1,0470 $\angle$ -1,7582°	1,05 $\angle$ 118,3142°	1,05 $\angle$ -121,5178°
11	1,0468 $\angle$ -1,7627°	1,0498 $\angle$ 118,3100°	1,0498 $\angle$ -121,5415°
12	1,0465 $\angle$ -1,7655°	0	0
13	1,0392 $\angle$ -1,8184°	0	0
14	1,0383 $\angle$ -1,8172°	0	0
15	1,0415 $\angle$ -1,8863°	1,0440 $\angle$ 118,1865°	1,0439 $\angle$ -121,6521°
16	0	1,0439 $\angle$ 118,1863°	0
17	1,0411 $\angle$ -1,8961°	1,0435 $\angle$ 118,1767°	1,0434 $\angle$ -121,6609°
18	1,0305 $\angle$ -2,1304°	1,0324 $\angle$ 117,9424°	1,0317 $\angle$ -121,8713°
19	1,0303 $\angle$ -2,1361°	1,0321 $\angle$ 117,9367°	1,0314 $\angle$ -121,8764°

Continua

Tabela 4.2 – Continuação

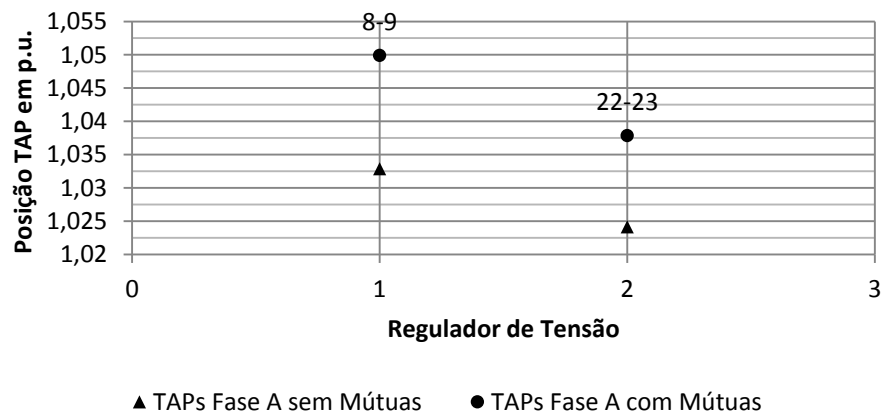
Barras	Com Mútuas		
	Fase A	Fase B	Fase C
20	0	1,0321 <del>4</del> 117,9299 <sup>0</sup>	0
21	1,0113 <del>4</del> -2,5301 <sup>0</sup>	1,0120 <del>4</del> 117,5533 <sup>0</sup>	1,0102 <del>4</del> -122,2302 <sup>0</sup>
22	1,0113 <del>4</del> -2,5302 <sup>0</sup>	1,0120 <del>4</del> 117,5533 <sup>0</sup>	1,0102 <del>4</del> -122,2302 <sup>0</sup>
23	1,0495 <del>4</del> -2,5302 <sup>0</sup>	1,0496 <del>4</del> 117,5532 <sup>0</sup>	1,0497 <del>4</del> -122,2303 <sup>0</sup>
24	1,0495 <del>4</del> -2,5302 <sup>0</sup>	1,0496 <del>4</del> 117,5532 <sup>0</sup>	1,0497 <del>4</del> -122,2303 <sup>0</sup>
25	1,0495 <del>4</del> -2,5306 <sup>0</sup>	1,0496 <del>4</del> 117,5528 <sup>0</sup>	1,0497 <del>4</del> -122,2307 <sup>0</sup>
26	1,0482 <del>4</del> -2,5705 <sup>0</sup>	1,0483 <del>4</del> 117,5132 <sup>0</sup>	1,0483 <del>4</del> -122,2679 <sup>0</sup>
27	1,0478 <del>4</del> -2,5591 <sup>0</sup>	1,0478 <del>4</del> 117,5252 <sup>0</sup>	1,0477 <del>4</del> -122,2557 <sup>0</sup>
28	1,0478 <del>4</del> -2,5591 <sup>0</sup>	0	0
29	1,0458 <del>4</del> -2,5914 <sup>0</sup>	1,0456 <del>4</del> 117,4936 <sup>0</sup>	1,0454 <del>4</del> -122,2843 <sup>0</sup>
30	1,0458 <del>4</del> -2,5922 <sup>0</sup>	1,0455 <del>4</del> 117,4929 <sup>0</sup>	1,0453 <del>4</del> -122,2850 <sup>0</sup>
31	1,0455 <del>4</del> -2,5956 <sup>0</sup>	1,0452 <del>4</del> 117,4895 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> -122,2879 <sup>0</sup>
32	1,0454 <del>4</del> -2,5981 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> 117,4872 <sup>0</sup>	1,0449 <del>4</del> -122,2899 <sup>0</sup>
33	1,0454 <del>4</del> -2,5982 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> 117,4870 <sup>0</sup>	1,0448 <del>4</del> -122,2900 <sup>0</sup>
34	1,0456 <del>4</del> -2,5958 <sup>0</sup>	1,0454 <del>4</del> 117,4893 <sup>0</sup>	1,0451 <del>4</del> -122,2883 <sup>0</sup>
35	1,0455 <del>4</del> -2,5986 <sup>0</sup>	1,0452 <del>4</del> 117,4864 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> -122,2907 <sup>0</sup>
36	1,0455 <del>4</del> -2,5988 <sup>0</sup>	1,0452 <del>4</del> 117,4862 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> -122,2909 <sup>0</sup>
37	1,0455 <del>4</del> -2,5986 <sup>0</sup>	1,0452 <del>4</del> 117,4863 <sup>0</sup>	1,0450 <del>4</del> -122,2908 <sup>0</sup>
38	0	1,0452 <del>4</del> 117,4856 <sup>0</sup>	0



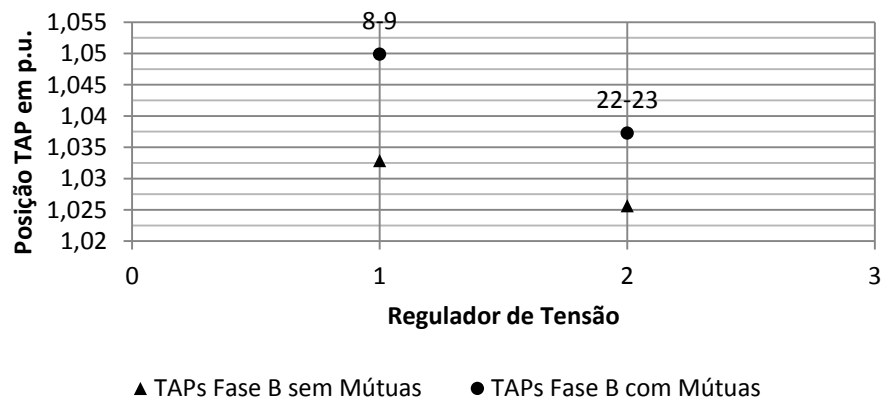
**Figura 4.6** – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 34 Barras

Quanto ao ajuste de taps, pode-se visualizar na Figura 4.7, 4.8 e 4.9 o ajuste dos taps nas fases A, B e C, respectivamente, onde o regulador trifásico 1 possui um único comutador ajustando as três fases igualmente, alocado entre as barra 8 e 9; e o regulador 2 é um banco de três reguladores monofásicos, cada um com seu próprio comutador de ajuste de tap, e está alocado entre as barras 22 e 23.

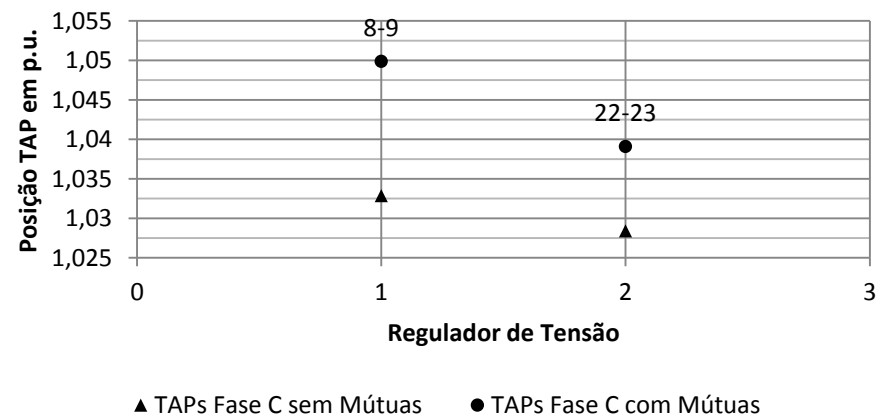
Outros dados importantes que também podem ser vistos nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9, é que os taps nas fases A, B e C referente ao regulador 1 estão nas mesmas posições e para o regulador 2 estão em posições ligeiramente diferentes; e que há grande diferença de ajuste obtido entre o caso considerando impedâncias mútuas e o caso desconsiderando as mútuas.



**Figura 4.7** – Posição dos taps dos Reguladores na Fase A com e sem Mútuas sistema 34 barras



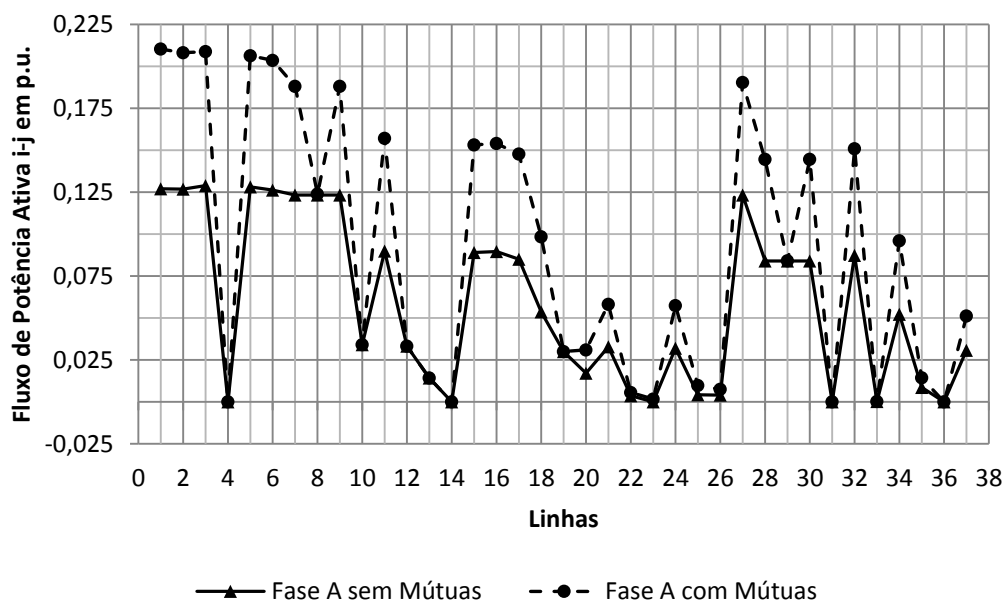
**Figura 4.8** – Posição dos taps dos Reguladores na Fase B com e sem Mútuas sistema 34 barras



**Figura 4.9** – Posição dos taps dos Reguladores na Fase C com e sem Mútuas sistema 34 barras

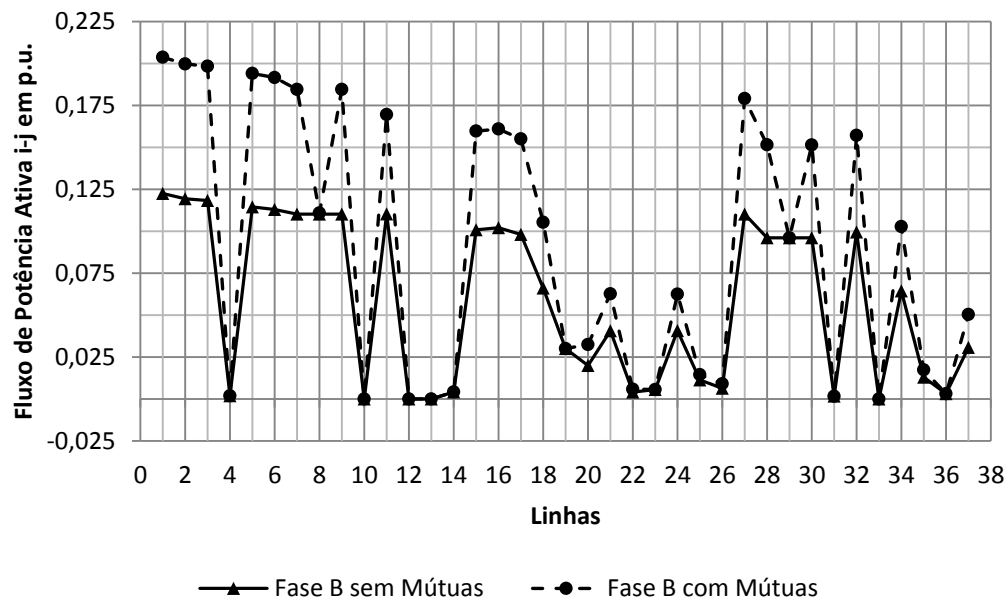
Para a representação dos fluxos de potência ativa e reativa na rede, nomearam-se as linhas de acordo com a o anexo A.4 a fim de se facilitar a construção do gráfico e a visualização do mesmo.

Os fluxos de potência ativa no sentido i-j para as fases A, B e C são apresentados nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12, respectivamente. Já os fluxos de potência reativo são mostrados nas Figuras 4.13, 4.14 e 4.15 também no sentido i-j e das fases A, B e C, respectivamente.

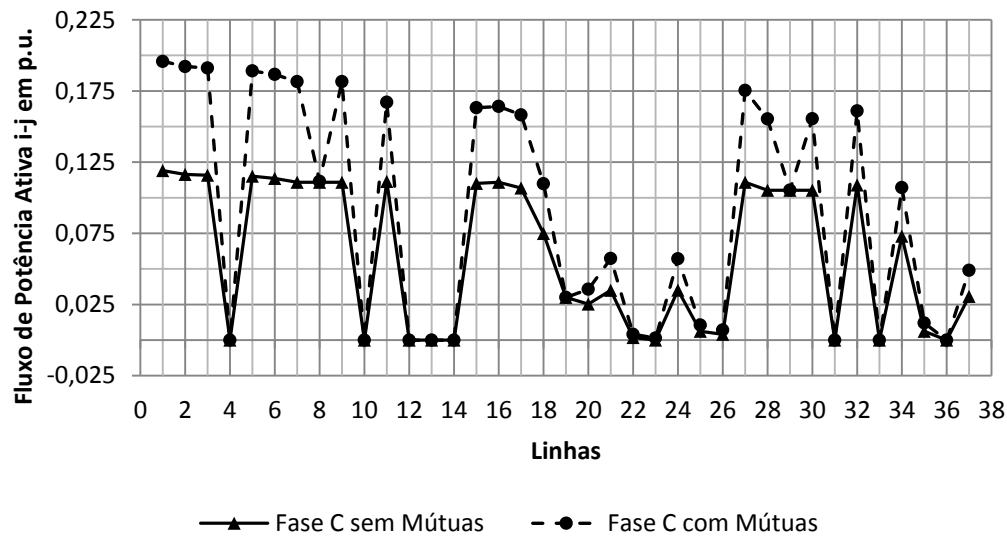


**Figura 4.10** – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras





**Figura 4.11** – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras

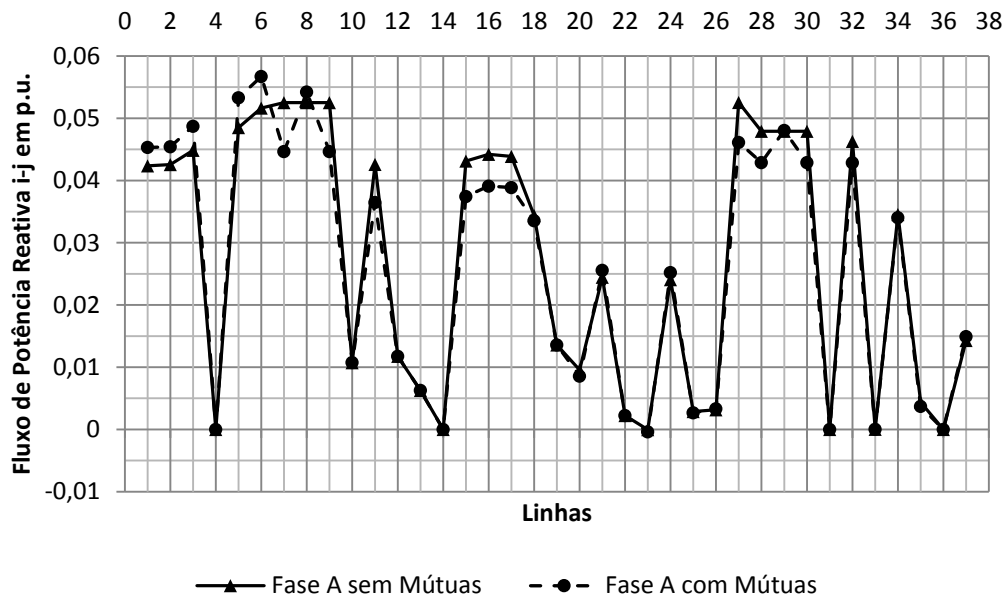


**Figura 4.12** – Fluxo de Potência Ativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras

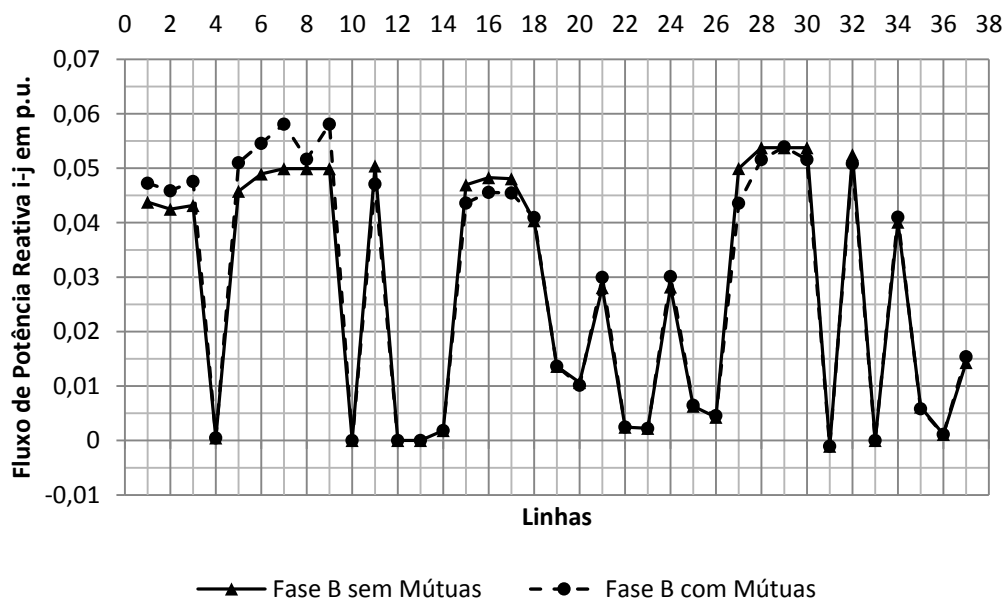
Analisando-se o comportamento do fluxo de potência ativa, nota-se que em todas as fases houve diferença considerável entre modelagem com mútuas e sem mútuas, uma parte devido ao aumento das perdas no sistema com mútuas, forçando

o sistema a fornecer uma potência superior a que era fornecida quando da não consideração das mútuas.

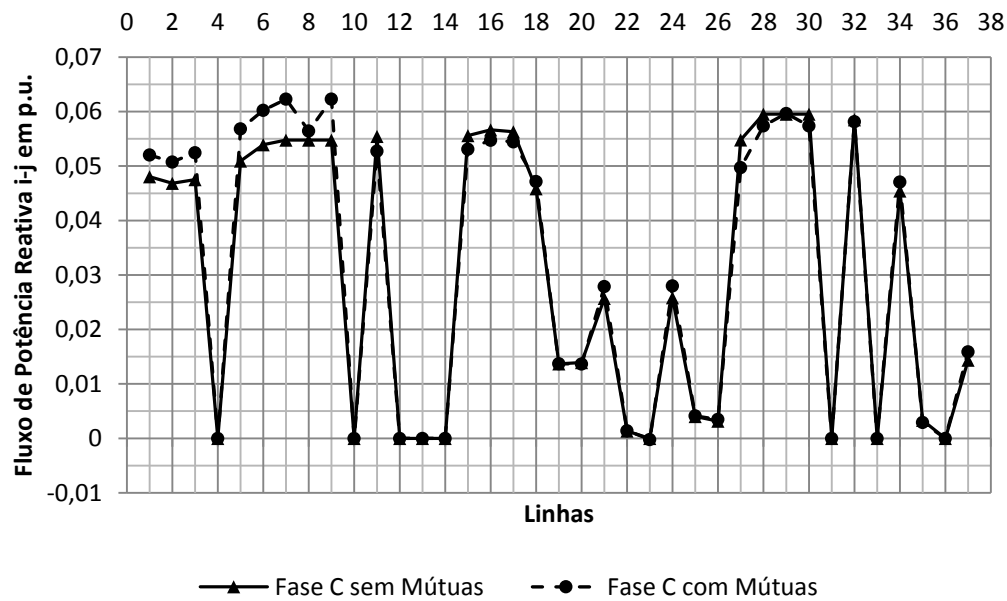
O mesmo comportamento do fluxo de potência ativa pode ser observado no fluxo de potência reativa, onde a modelagem sem mútuas apresenta uma potência em módulo de menor valor que a apresentada pela modelagem considerando as impedâncias mútuas.



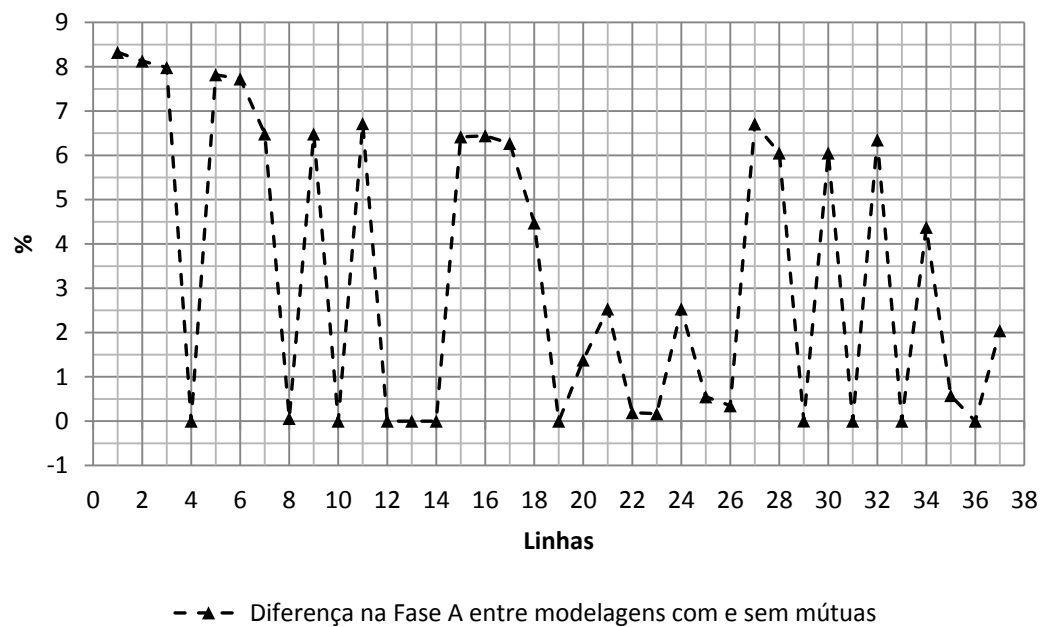
**Figura 4.13** – Fluxo de Potência Reativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras



**Figura 4.14** – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras



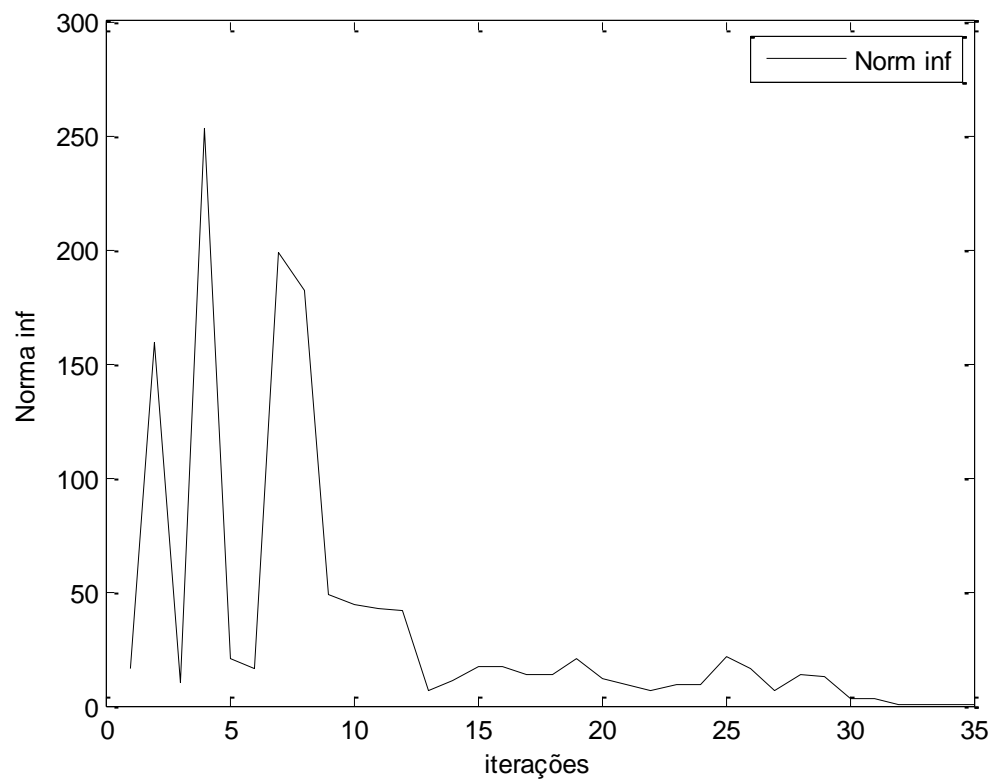
**Figura 4.15** – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras



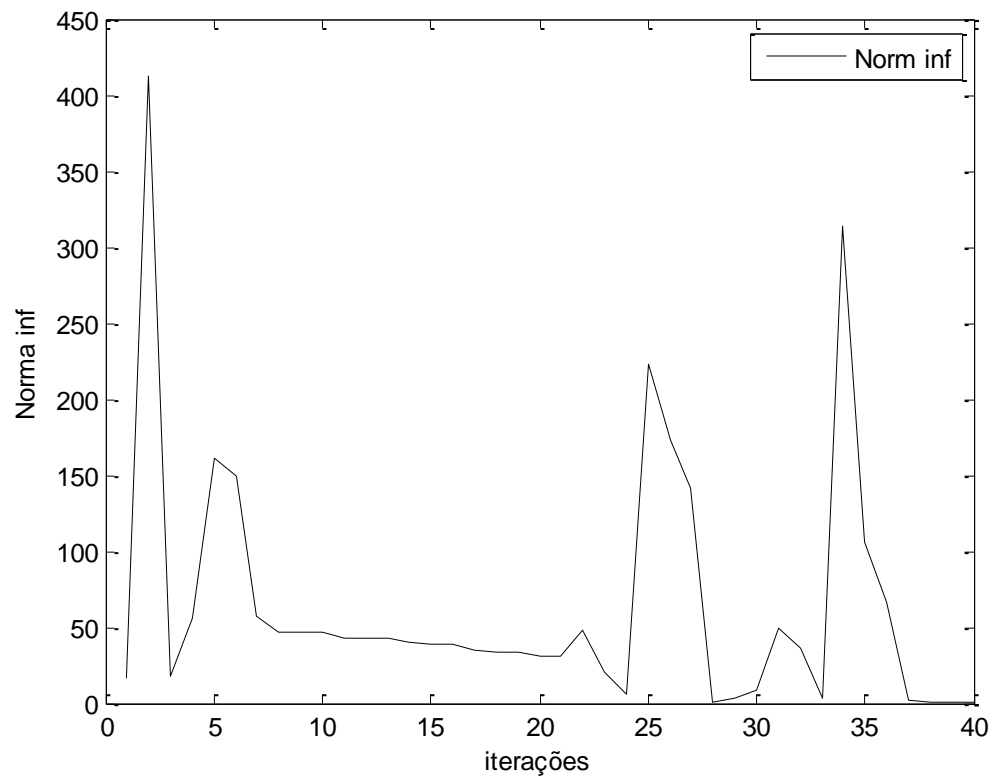
**Figura 4.16** – Diferença Percentual do Fluxo de Potência Ativa na Fase A entre as Modelagens sistema 34 barras

A Figura 4.16 mostra a diferença percentual dos fluxos de potência ativa na fase A entre as modelagens com e sem mútuas.

A título de análise do processo de convergência da metodologia, apresentam-se nas próximas Figuras (4.17) e (4.18), os gráficos das norma infinita das condição de KKT para cada iteração deste sistema de 34 barras sem e com acoplamento mútuo. Observa-se que a inclusão do acoplamento mútuo entre as fases pode dificultar o processo de convergência.



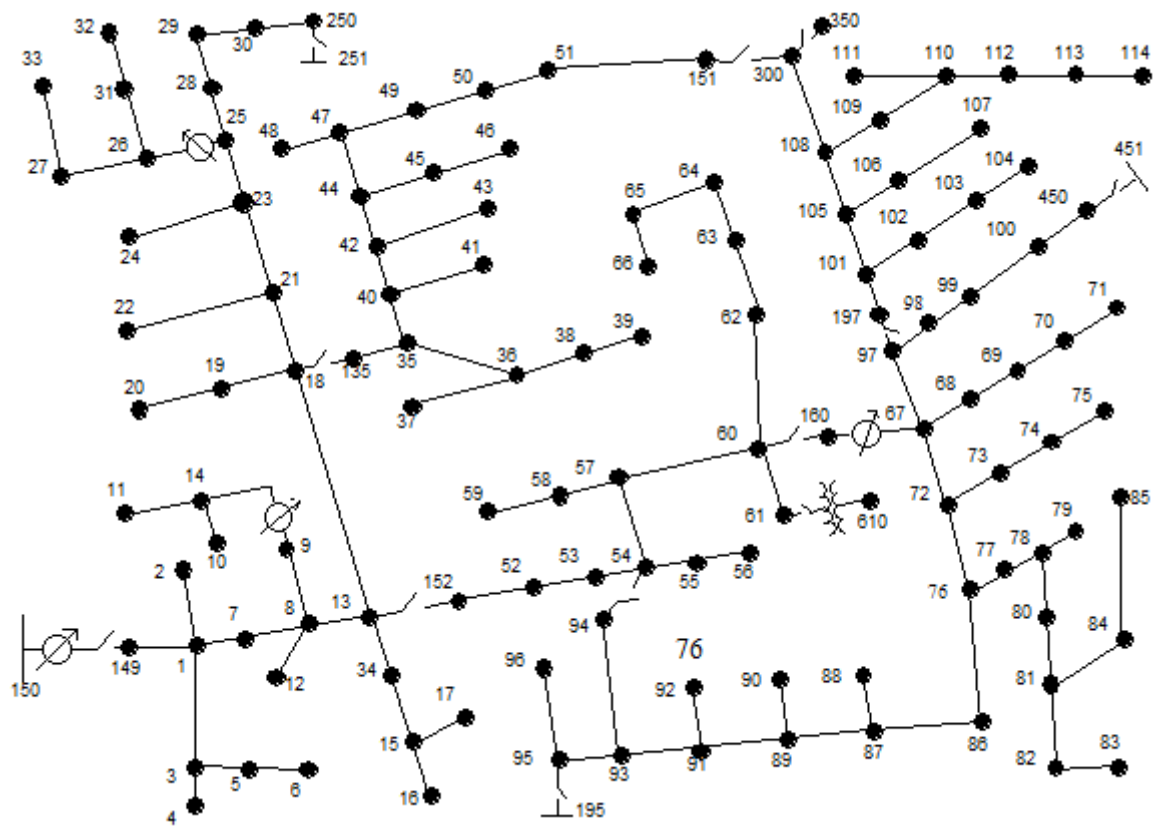
**Figura 4.17 – Convergência do sistema 34 barras sem acoplamento mútuo**



**Figura 4.18** – Convergência do sistema 34 barras com acoplamento mútuo

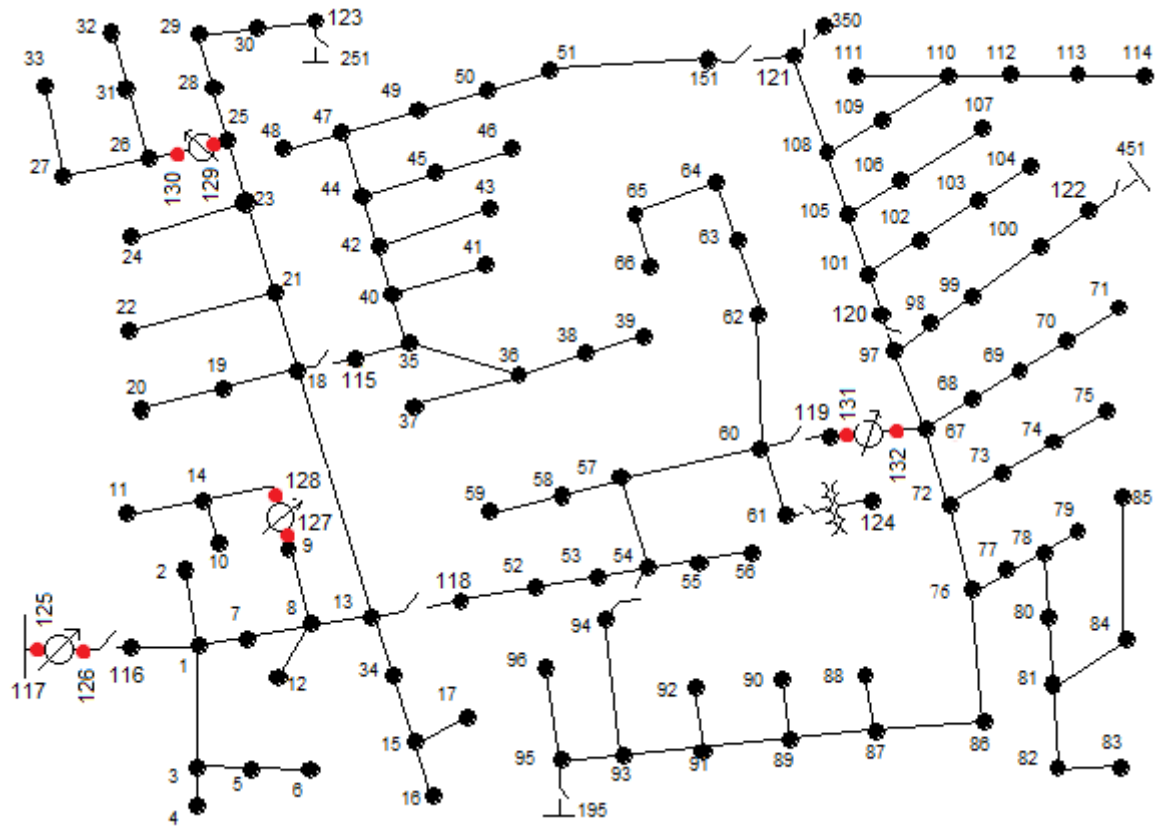
## 4.2 SISTEMA DE 123 BARRAS

Os dados referentes ao sistema IEEE 34 barras encontram-se no Anexo B e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 4.19.



**Figura 4.19 – Sistema IEEE 123 Barras**  
 FONTE: IEEE 123 Node test feeder

Para facilitar a entrada de dados as barras foram renomeadas, também sendo necessária a inclusão de novas barras a jusante e a montante dos reguladores de tensão, sendo que o sistema modificado é representado na Figura 4.20.



**Figura 4.20 – Sistema IEEE 123 Barras Modificado**  
 FONTE: Modificado pelo autor (2012)

Para este sistema foi utilizado a potência de base de 10 MVA e tensão de base de 4,16 kV, com tolerância de  $5 \times 10^{-5}$ . Na Tabela 4.4 estão apresentados os resultados de tempo de processamento, NormalNF, número de iterações e potências trifásicas.

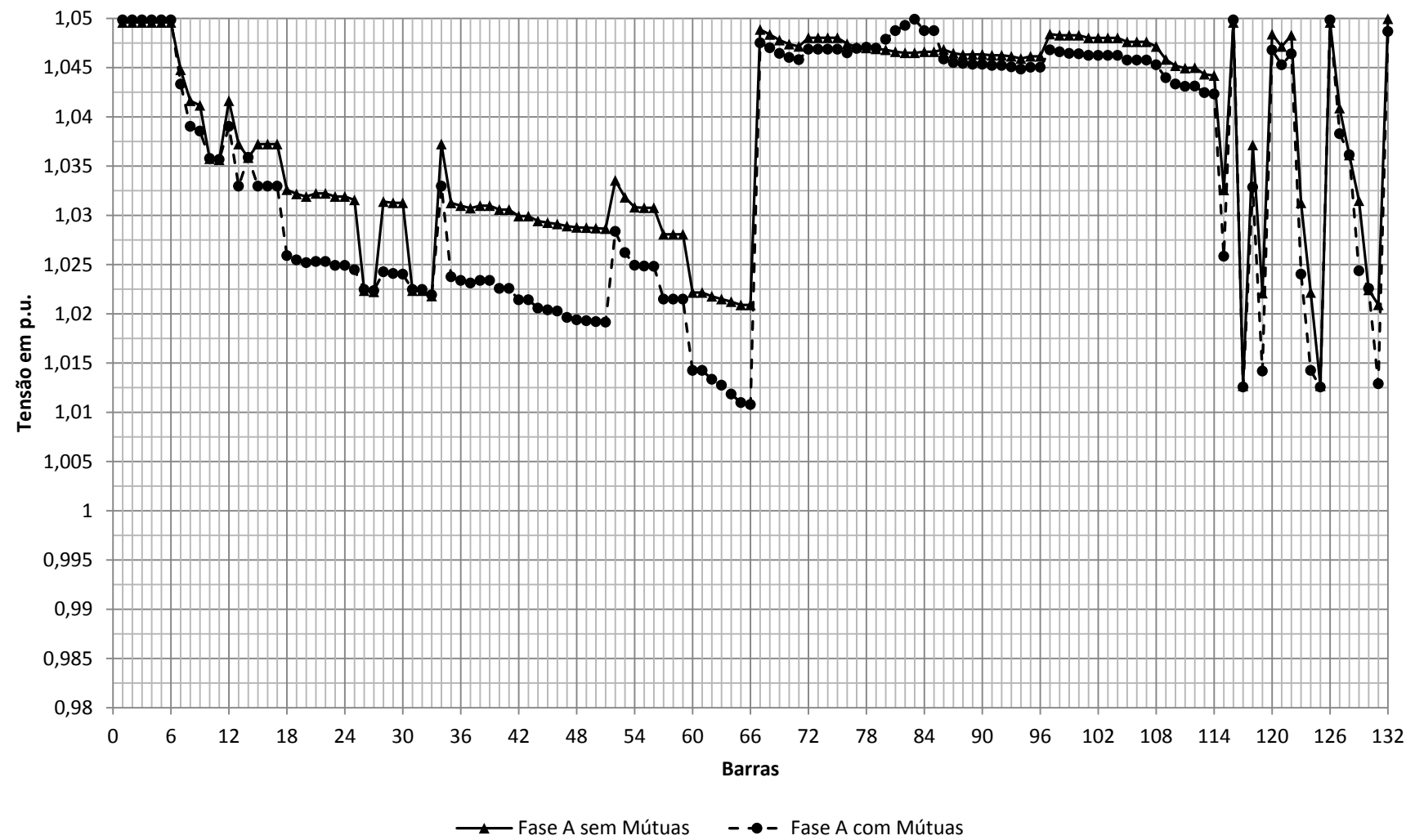
Nota-se que apesar das cargas do sistema com e sem consideração do acoplamento mútua serem iguais, as potências ativa e reativa fornecidas ao sistema e consequentemente as perdas são maiores na modelagem considerando-se as impedâncias mútuas, exatamente como pode ser observado no sistema 34 Barras.

**Tabela 4.3** - Resultados do Sistema IEEE 123 Barras

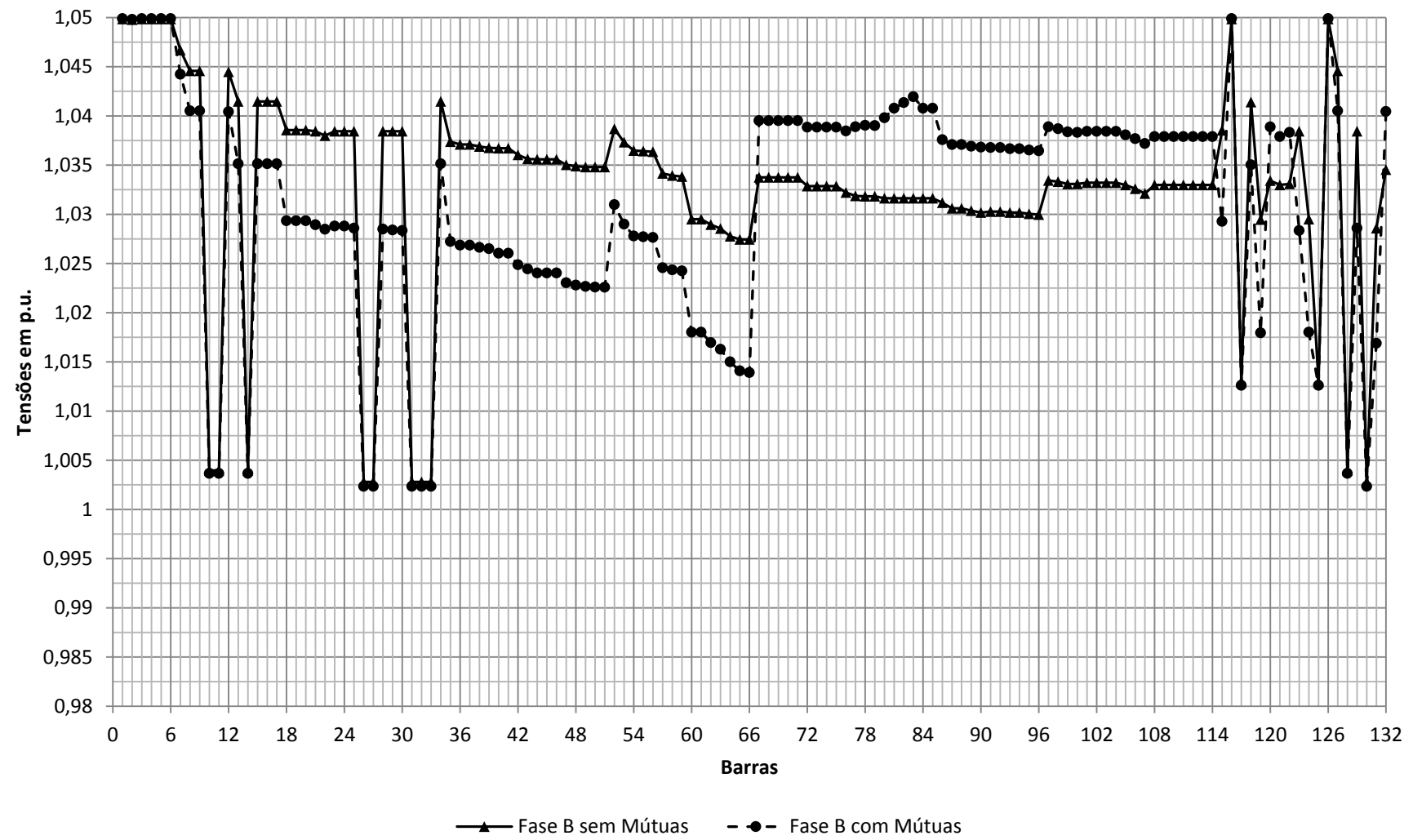
<b>Parâmetro</b>	<b>Sem mútuas</b>	<b>Com mútuas</b>
<b>NormalNF</b>	$5 \times 10^{-6}$	$1,31 \times 10^{-6}$
<b>Tempo CPU</b>	3,375 s	3,046875 s
<b>Iterações</b>	9	9
<b>Potência Ativa TF + GD</b>	0,356498 p.u.	0,357835 p.u.
<b>Potência Ativa Demandada</b>	0,349 p.u.	0,349 p.u.
<b>Perdas</b>	0,007498 p.u.	0,008835 p.u.
<b>Potência Reativa TF + GD</b>	0,20899 p.u.	0,1657 p.u.
<b>Potência Reativa Demandada</b>	0,192 p.u.	0,192 p.u.

As magnitudes de tensão em cada barra nas fases A, B e C são mostradas nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23, respectivamente.

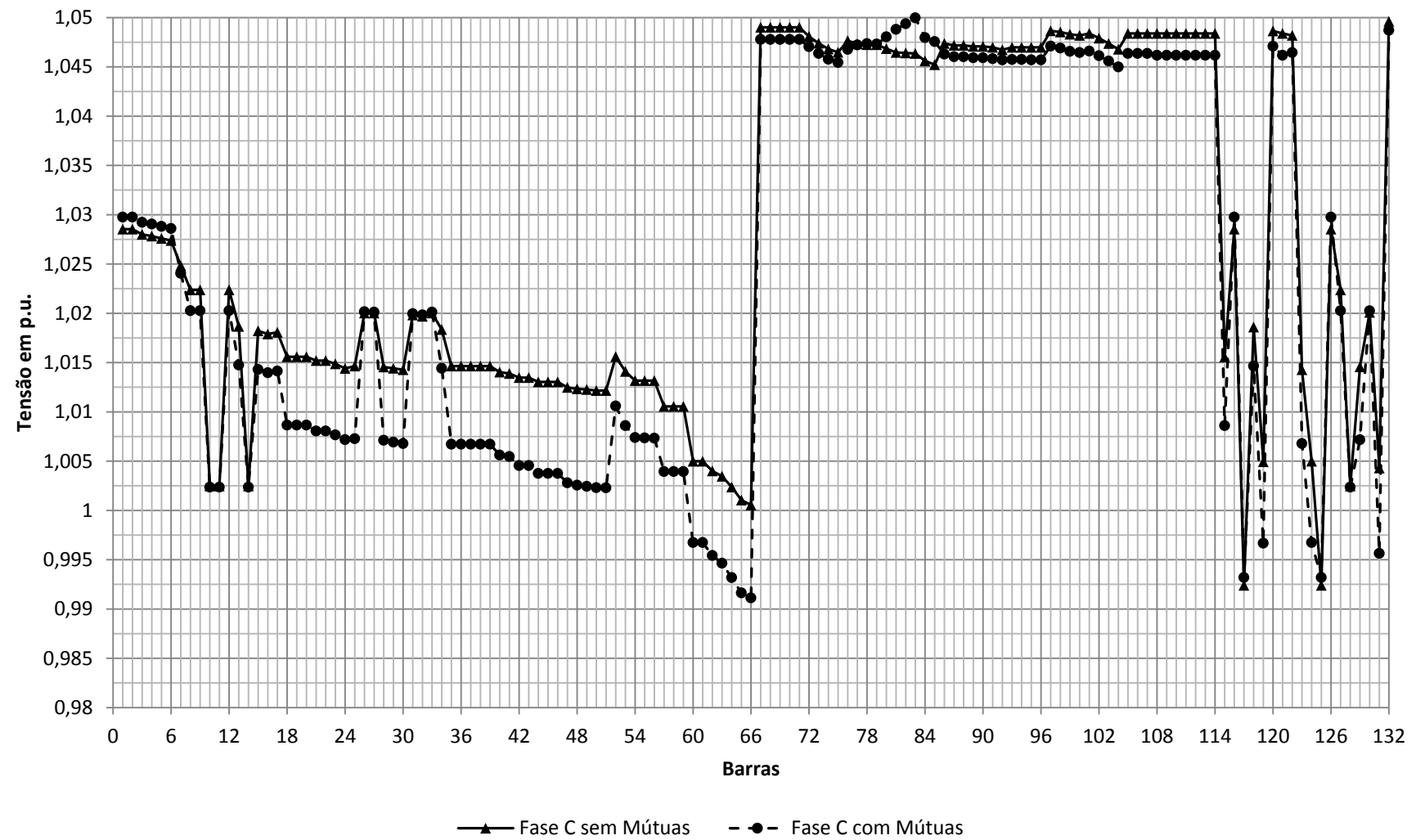




**Figura 4.21** – Magnitudes de Tensão da Fase A, com e sem mútuas sistema 123 barras



**Figura 4.22** – Magnitudes de Tensão da Fase B, com e sem mútuas sistema 123 barras



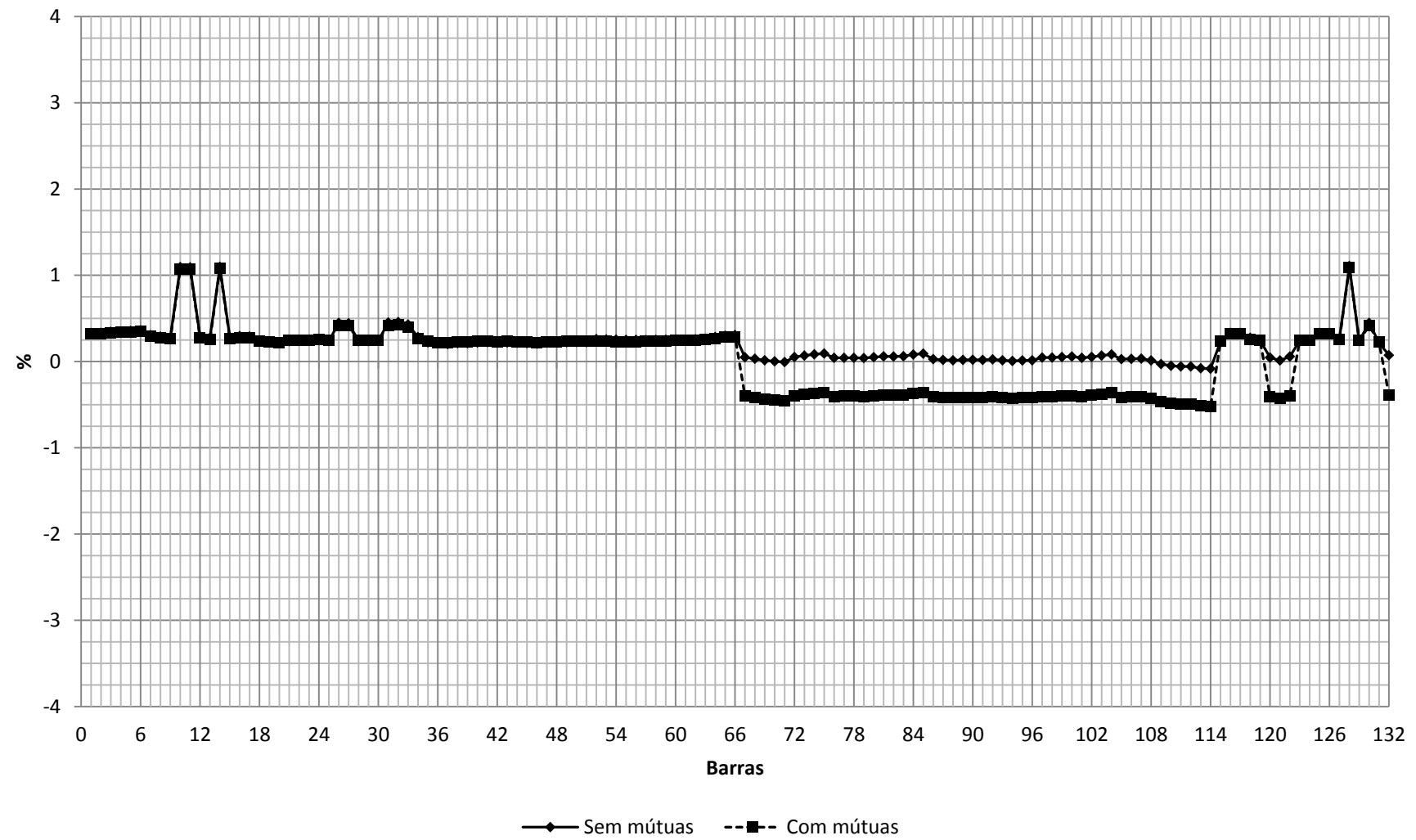
**Figura 4.23** – Magnitudes de Tensão da Fase C, com e sem mútuas sistema 123 barras

Nota-se uma visível diferença de tensão entre o sistema modelado sem mútuas e o sistema cuja modelagem leva em consideração as impedâncias mútuas. Em algumas barras, como por exemplo na barra 10, é possível observar também uma pequena diferença de magnitude de tensão entre as fases A, B e C, isto devido às cargas no sistema serem desbalanceadas.

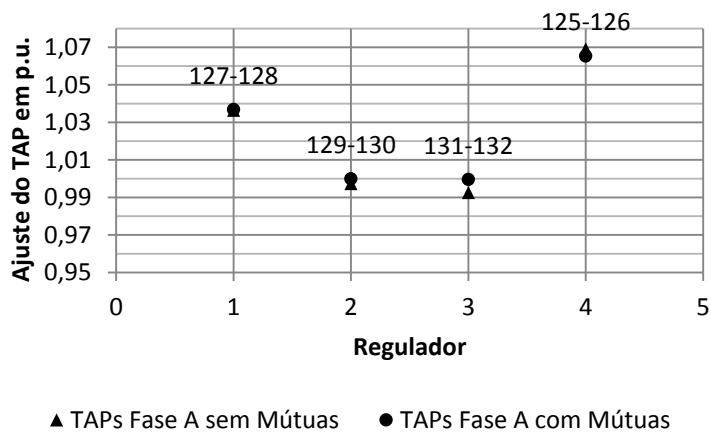
A respeito do desequilíbrio máximo das tensões entre fases de 2% como descrito em BRASIL (2012) pode-se ver na Figura 4.24 que o sistema atendeu este critério onde a máxima defasagem percentual entre as fases foi de aproximadamente 1,08% entre fases A e B e fases C e A na barra 128.

Quanto ao ajuste de taps, pode-se visualizar na Figura 4.23, 4.24 e 4.25 o ajuste dos taps nas fases A, B e C, respectivamente, onde os reguladores 1 e 4 foram considerados trifásico com um único comutador ajustando as três fases, sendo que estes estão instalados entre as barra 127 e 128 para o regulador 1 e o regulador 4 entre as barras 125 e 126. Os reguladores 2 e 3 são bancos reguladores monofásicos, cada um com seu próprio comutador de ajuste de tap, e estão instalados entre as barras 129 e 130 para o regulador 2 e entre as barras 131 e 132 para o regulador 3.

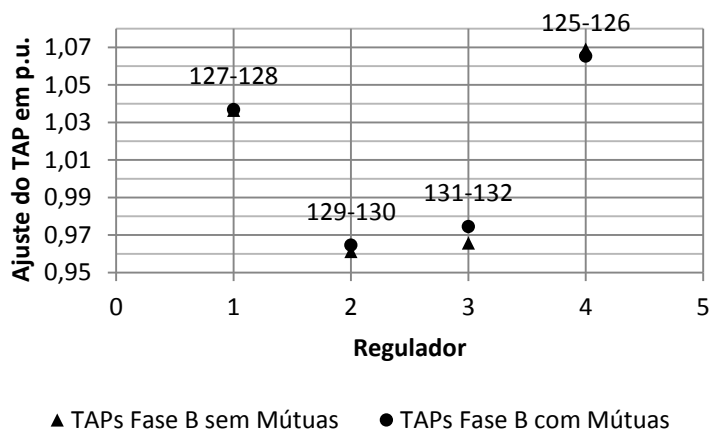
Outros dados importantes que também podem ser vistos nas Figuras 4.26, 4.27 e 4.28, é que os taps nas fases A, B e C referente aos reguladores 1 e 4 estão nas mesmas posições e para o reguladores 2 e 3 então em posições ligeiramente diferentes, e que há ligeira diferença de ajuste obtido entre o caso considerando impedâncias mútuas e o caso desconsiderando as mútuas.



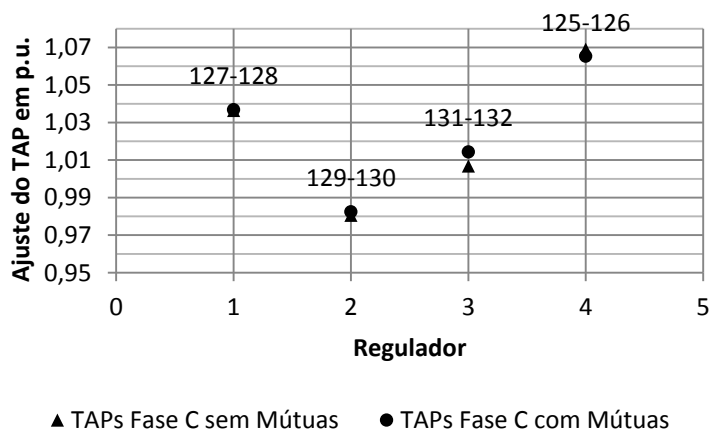
**Figura 4.20** – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 123 barras



**Figura 4.21** – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase A com e sem Mútuas sistema 123 barras



**Figura 4.22** – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase B com e sem Mútuas sistema 123 barras



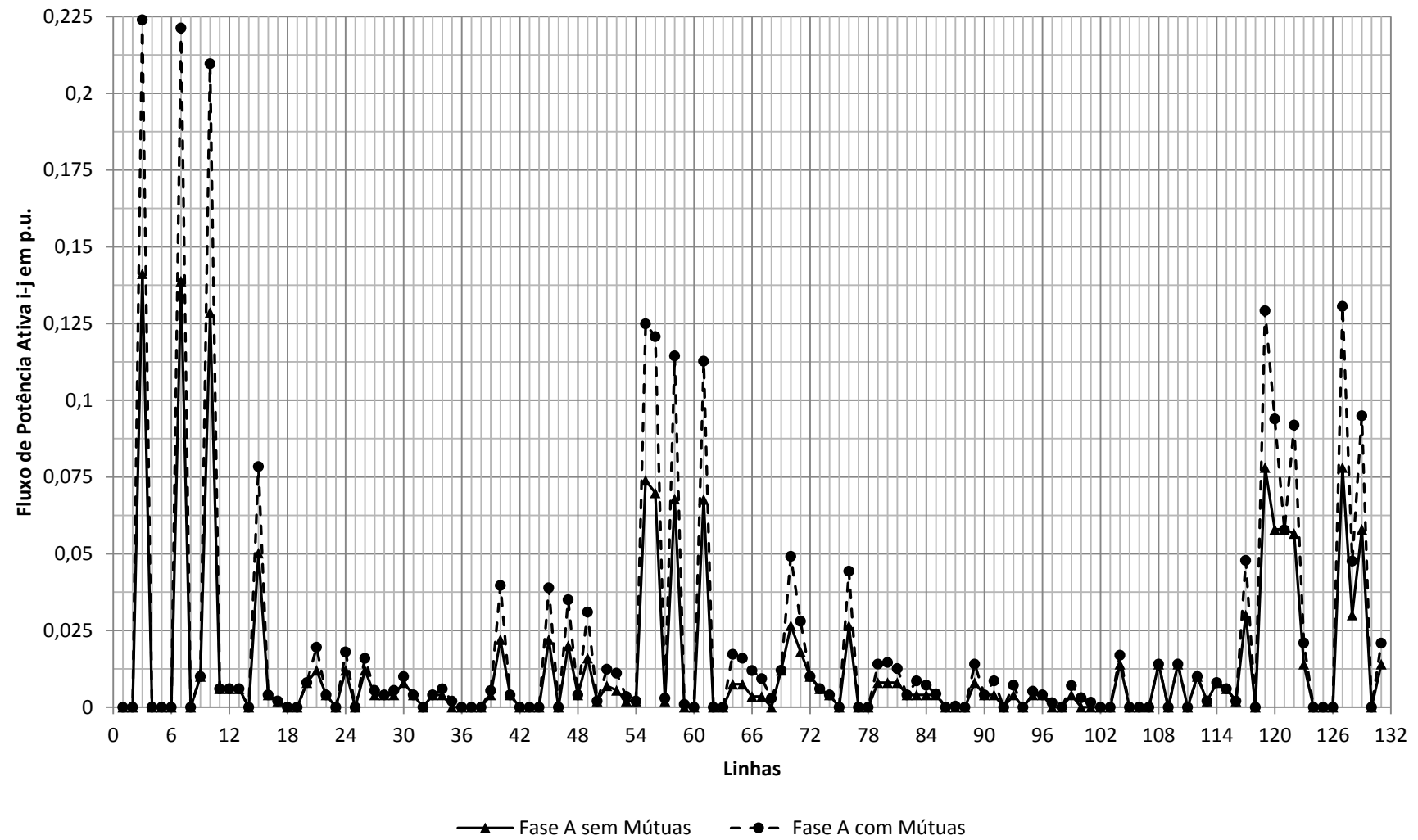
**Figura 4.23** – Posição dos TAPs dos Reguladores na Fase C com e sem Mútuas sistema 123 barras

Para a representação dos fluxos de potência ativa e reativa na rede, para o sistema 123 barras nomearam-se as linhas de acordo com a anexo B.4 a fim de se facilitar a construção do gráfico e a visualização do mesmo.

Os fluxos de potência ativa no sentido  $i-j$  para as fases A, B e C são apresentados nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30, respectivamente. Já os fluxos de potência reativo são mostrados nas Figuras 4.31, 4.32 e 4.33 também no sentido  $i-j$  e das fases A, B e C, respectivamente.

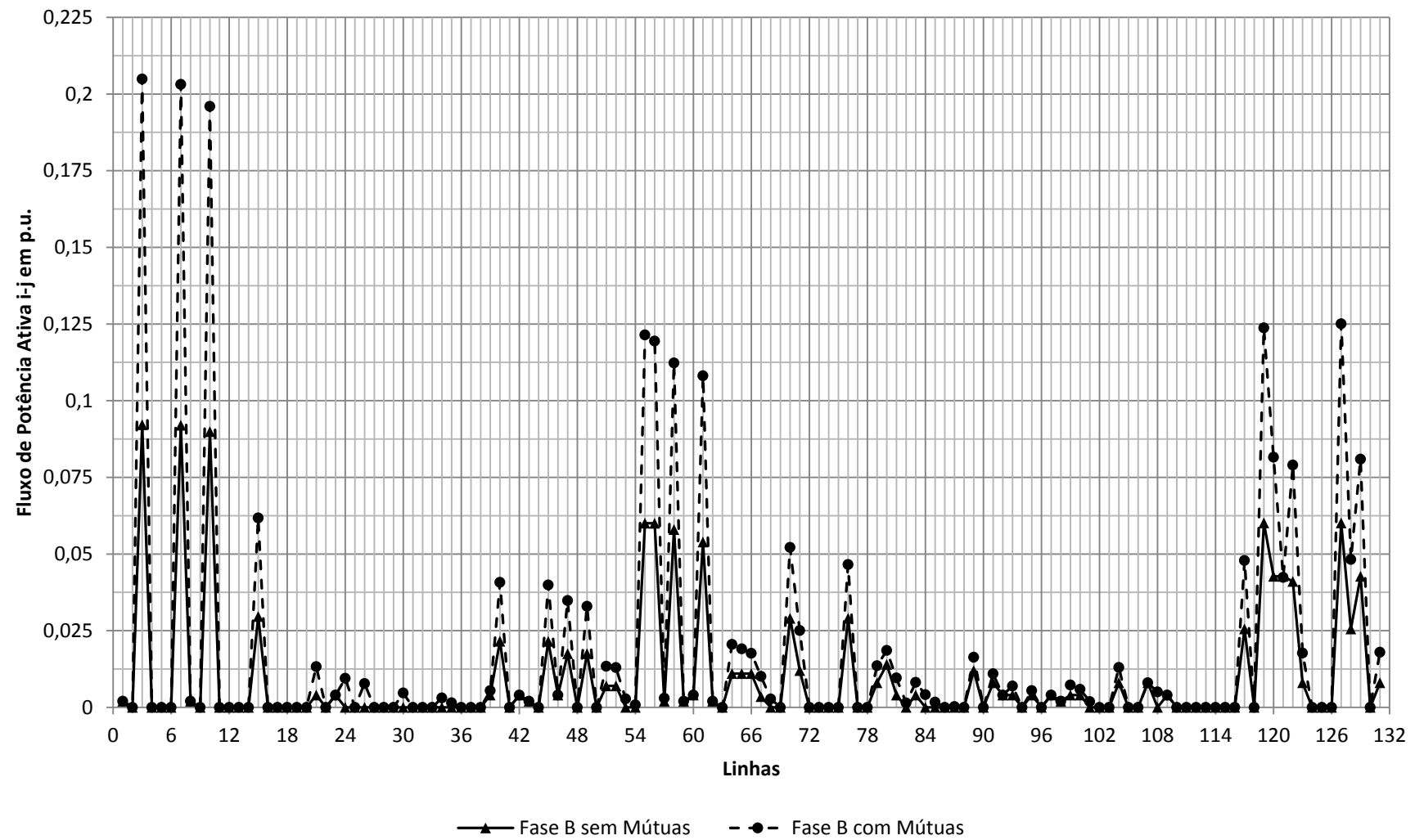
Analisando-se o comportamento do fluxo de potência ativa, nota-se que em todas as fases houve diferença considerável entre modelagem com sem mútuas, uma parte devido ao aumento das perdas no sistema com mútuas, forçando o sistema a fornecer uma potência superior a que era fornecida quando da não consideração das mútuas.

O mesmo pode ser visto no fluxo de potência reativa, onde a modelagem sem mútuas apresenta uma potência em módulo de menor valor que a apresentada pela modelagem considerando as impedâncias mútuas.

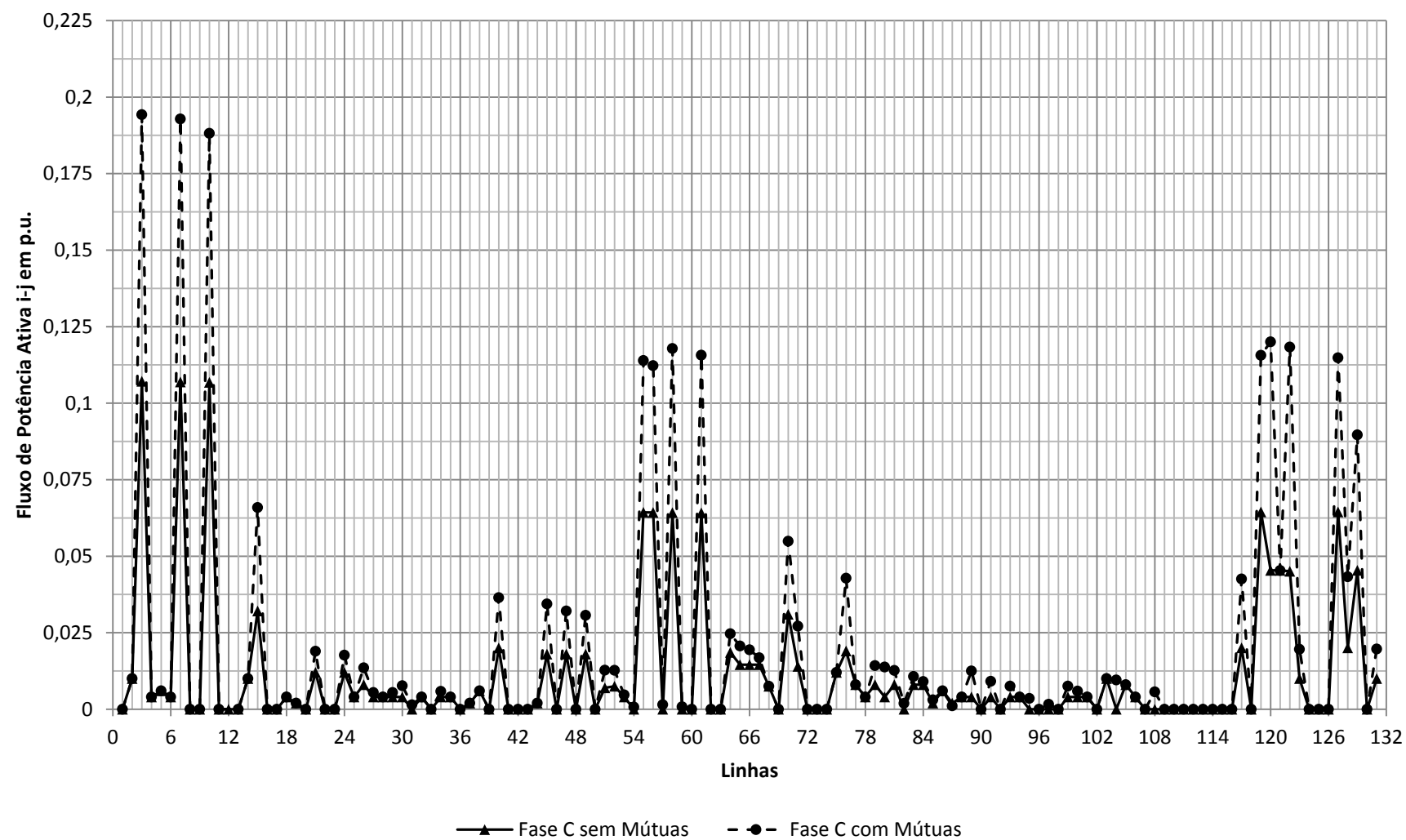


**Figura 4.24** – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas

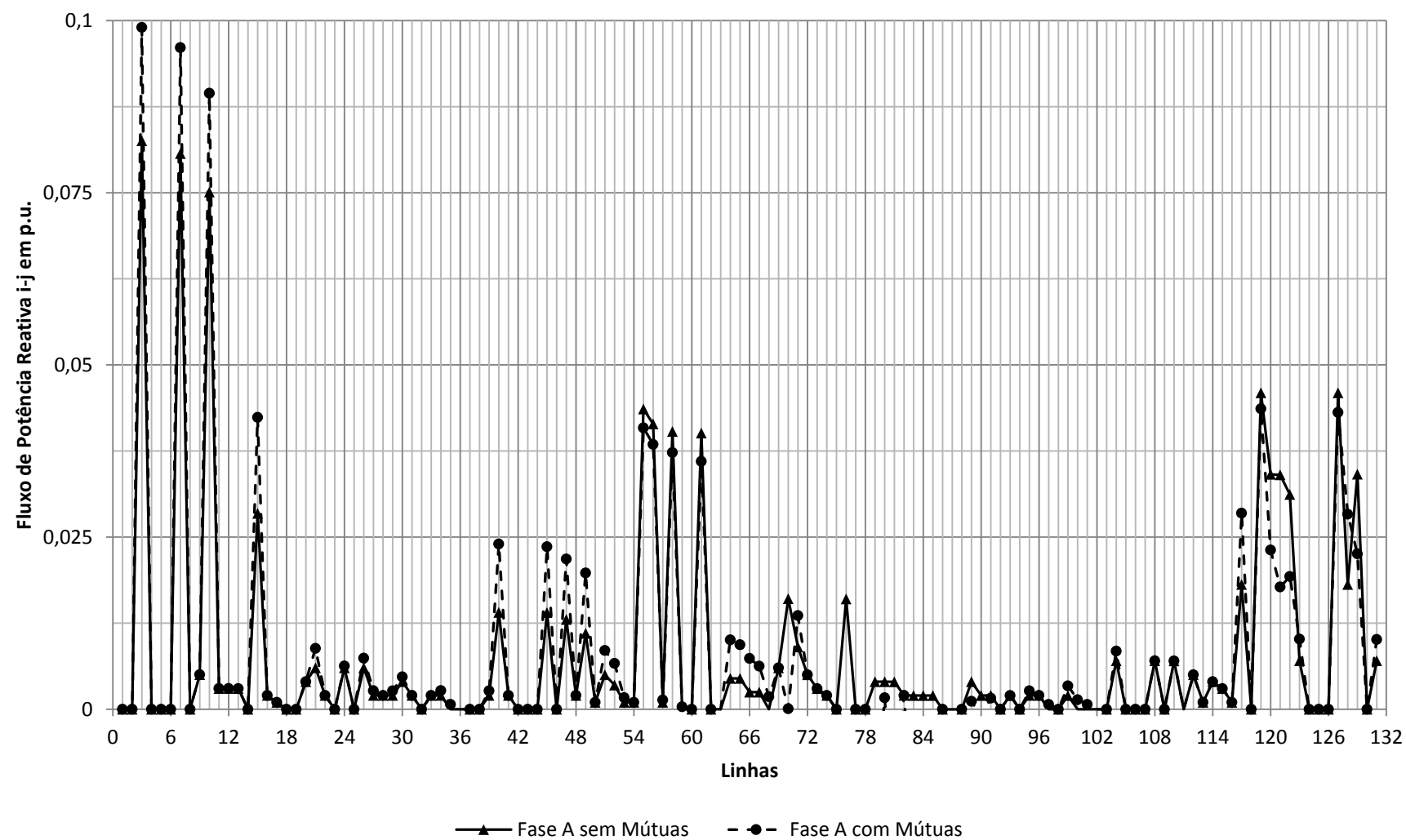




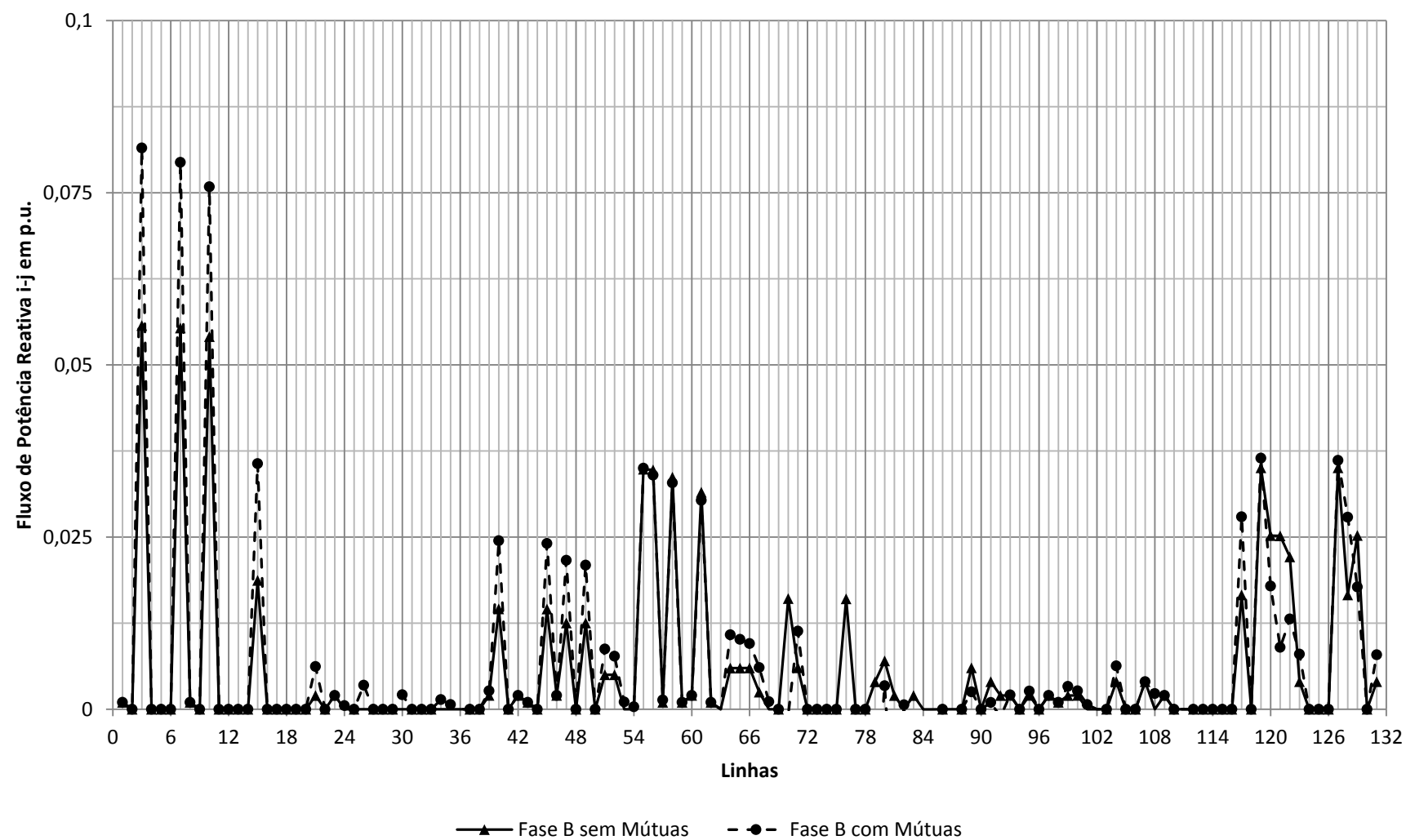
**Figura 4.25** – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas



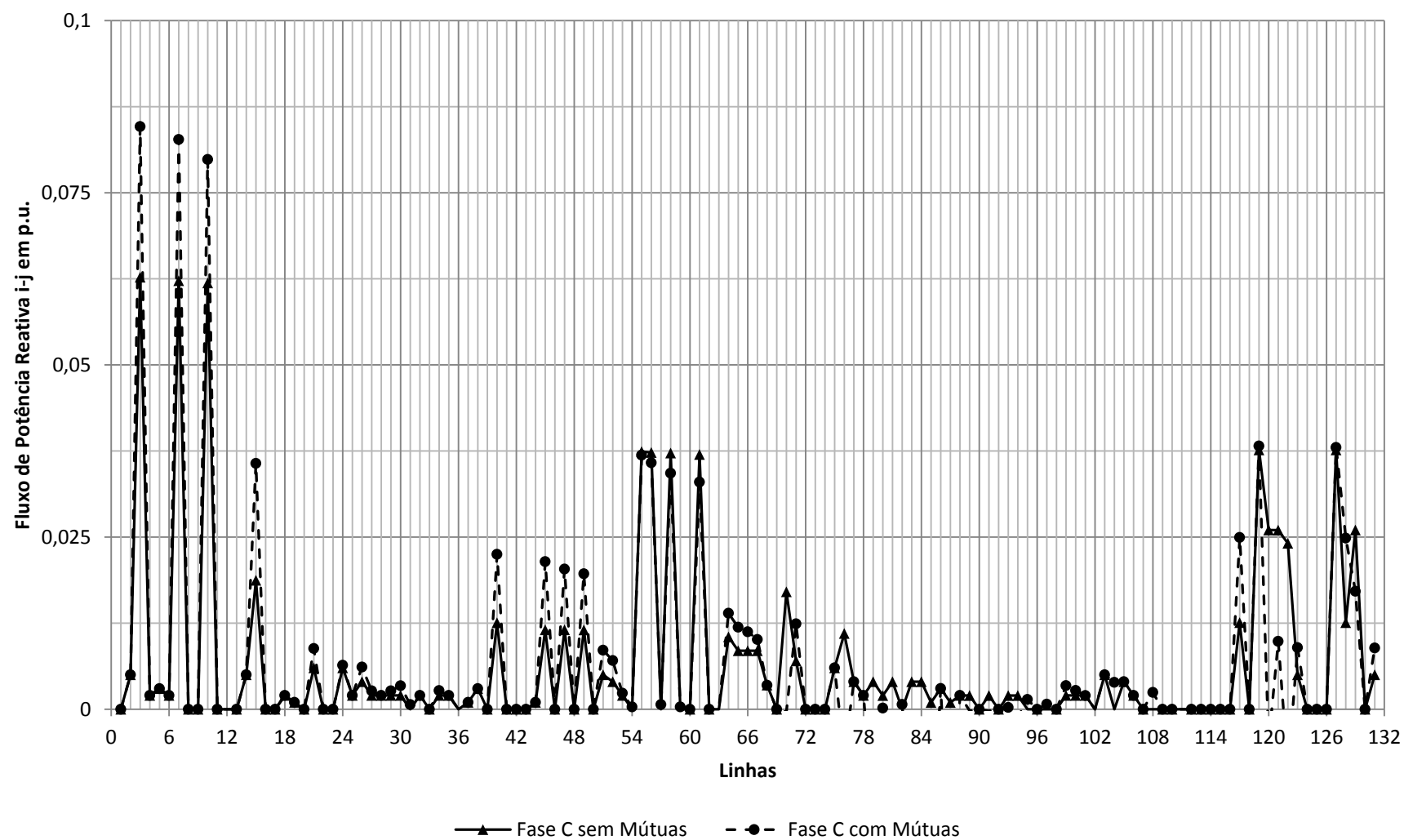
**Figura 4.30** – Fluxo de Potência Ativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas



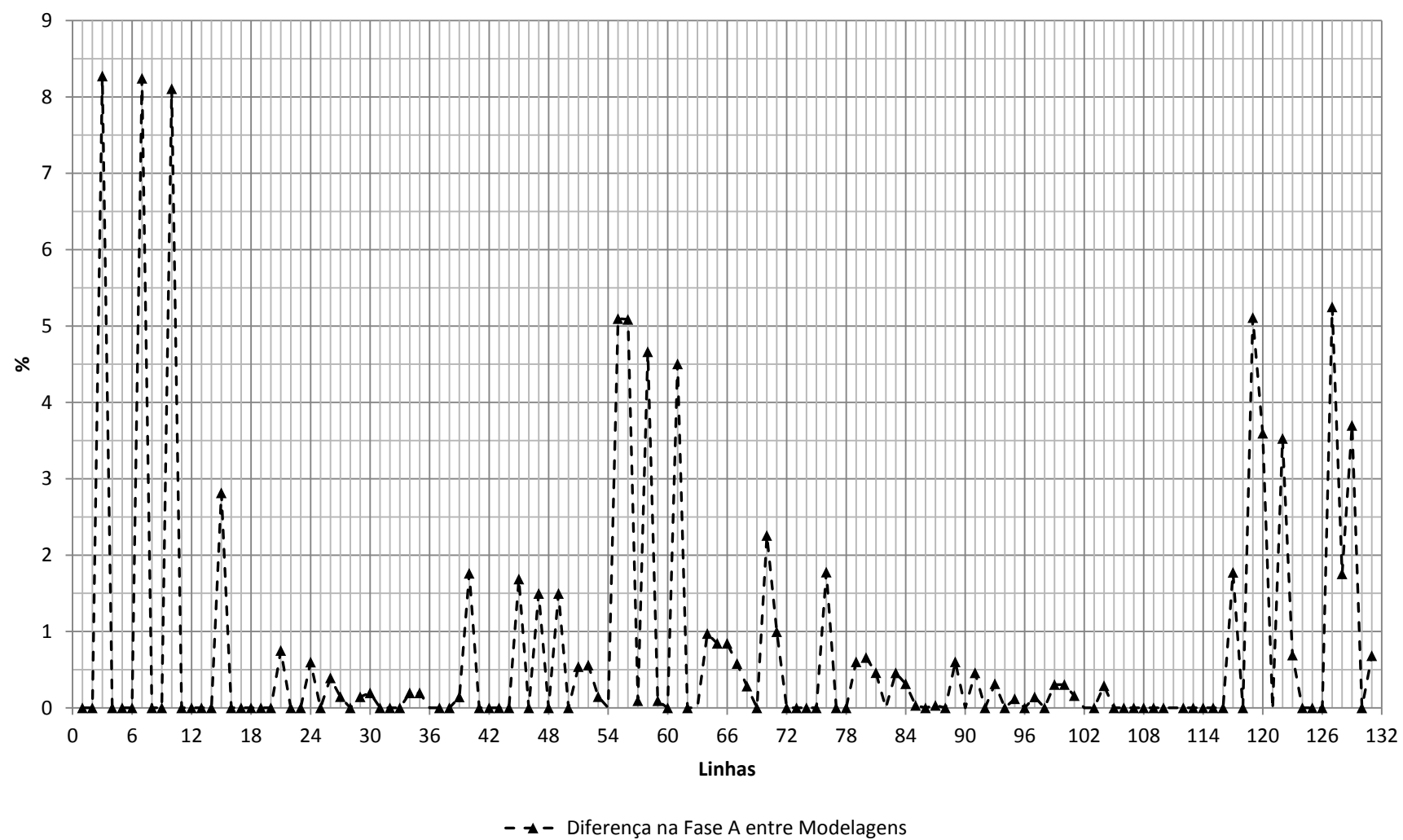
**Figura 4.31** – Fluxo de Potência Reativa na Fase A Sentido i-j com e sem Mútuas



**Figura 4.26** – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem Mútuas



**Figura 4.27** – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas



**Figura 4.28** – Diferença Percentual do Fluxo de Potência Ativa na Fase A entre as Modelagens

A fim de se mostrar de forma mais clara as diferenças entre as modelagens considerando ou não as impedâncias mútuas, calcularam-se as diferenças percentuais entre as os fluxos de potência ativa entre as duas modelagens conforme Figura 4.34.

### 4.3 SISTEMA DE 34 BARRAS COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA

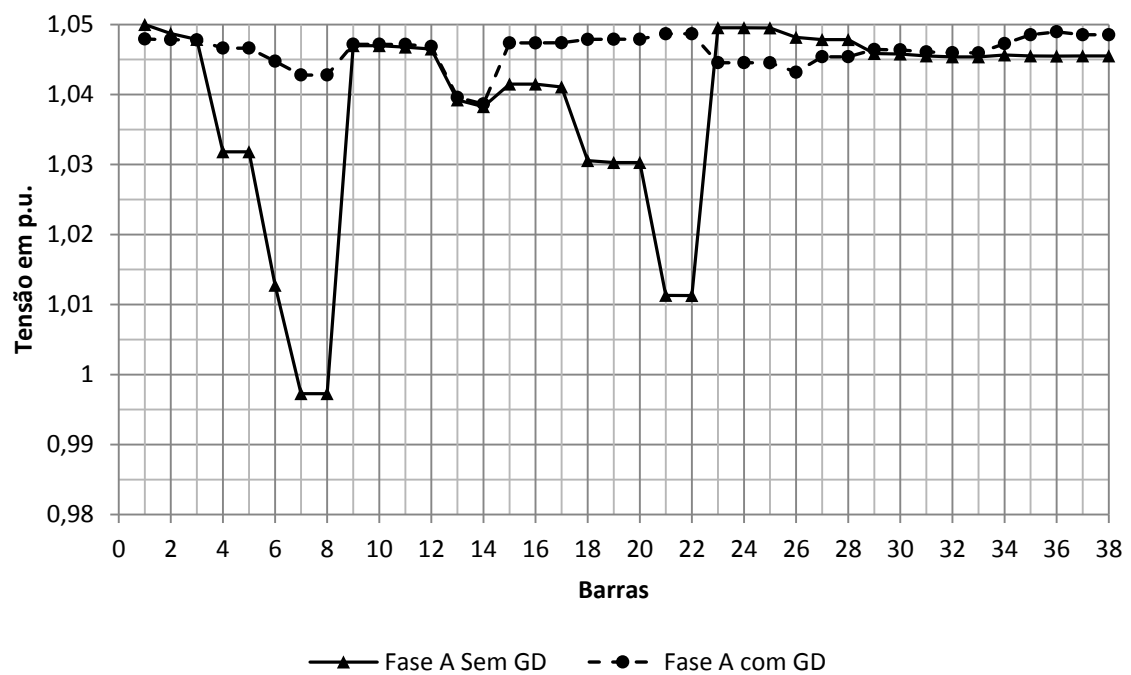
Afim de se testar a modelagem para sistemas com GD, o sistema IEEE 34 barras foi modificado pelo acréscimo de uma unidade de geração distribuída trifásica conectada na barra 36, com potência trifásica ativa de 3 MW e potência reativa de 500kvar. Os testes e as comparações foram efetuados para o sistema levando em consideração as impedâncias mútuas.

Para este caso foi utilizado a potência de base de 5 MVA e tensão de base de 24,9 kV, com tolerância de  $5 \times 10^{-5}$ . Na Tabela 4.6 estão apresentados os resultados de tempo de processamento, NormalNF, número de iterações e potências trifásicas.

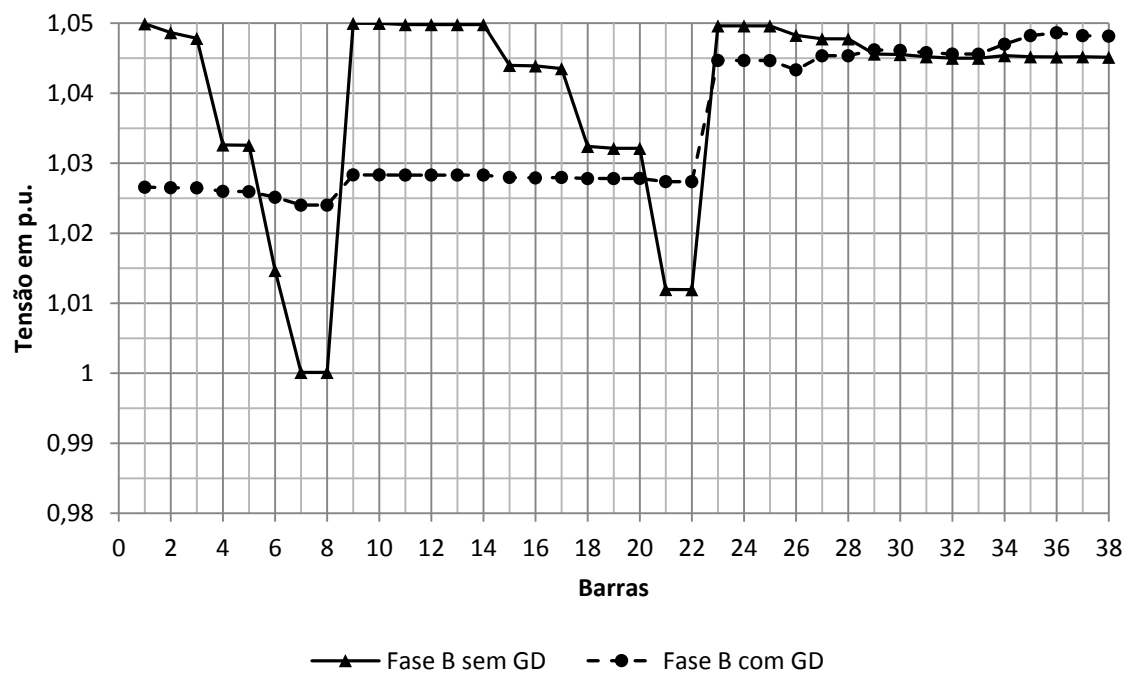
**Tabela 4.4** - Resultados do Sistema IEEE 34 Barras

Parâmetro	Sem GD	Com GD
NormalNF	$3,98 \times 10^{-5}$	$4,56 \times 10^{-5}$
Tempo CPU	3,375 s	4,734 s
Iterações	39	63
Potência Ativa TF + GD	0,373757 p.u.	0,35194 p.u.
Potência Ativa Demandada	0,3507 p.u.	0,3507 p.u.
Perdas	0,023057 p.u.	0,00124 p.u.
Potência Reativa TF + GD	0,147602 p.u.	0,119729 p.u.
Potência Reativa Demandada	0,2078 p.u.	0,2078 p.u.

Para esta situação, pode-se observar que as potências ativa, reativa e as perdas reduziram consideravelmente, porém foi necessário um tempo de CPU e um maior número de iterações para que o algoritmo convergisse.

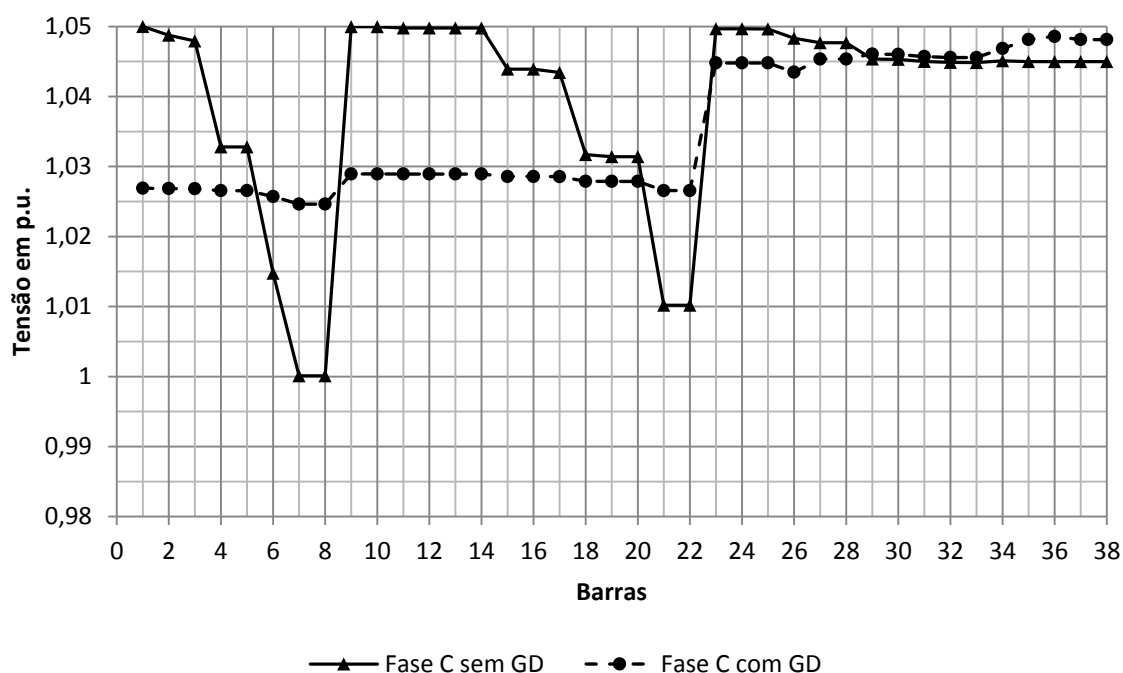


**Figura 4.29** – Magnitudes de Tensão da Fase A, com e sem GD sistema 34 barras



**Figura 4.30** – Magnitudes de Tensão da Fase B, com e sem GD sistema 34 barras





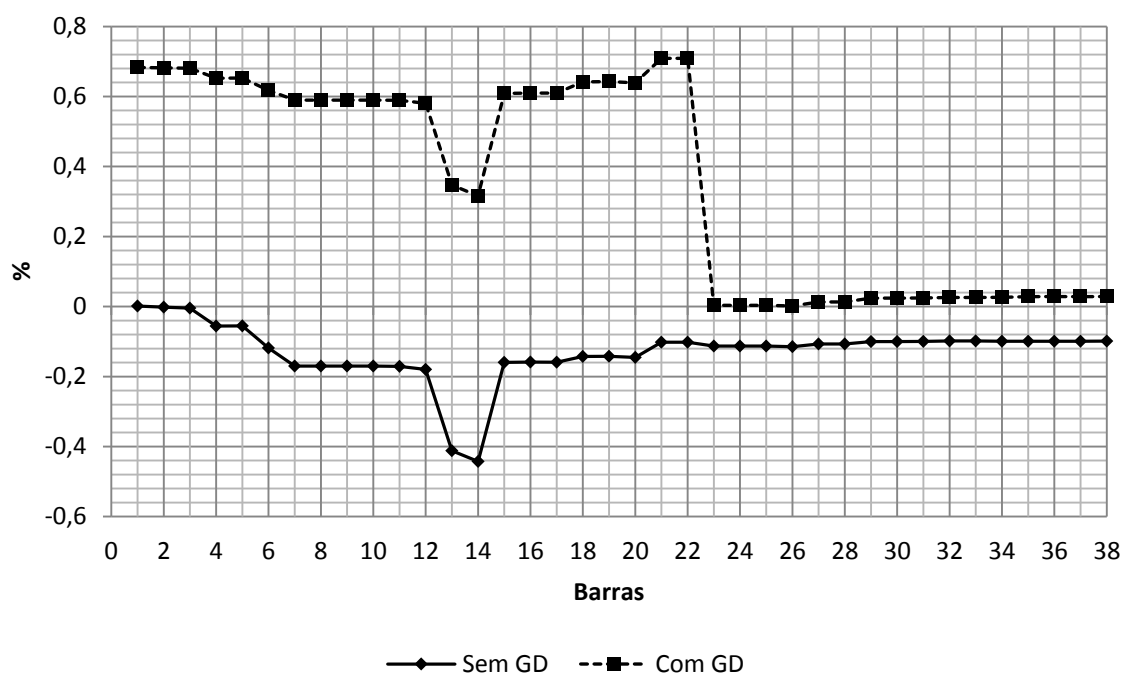
**Figura 4.31** – Magnitudes de Tensão da Fase C, com e sem GD sistema 34 barras

As Figuras 4.35, 4.36 e 4.37 mostram as magnitudes de tensão em cada barra nas fases A, B e C, respectivamente.

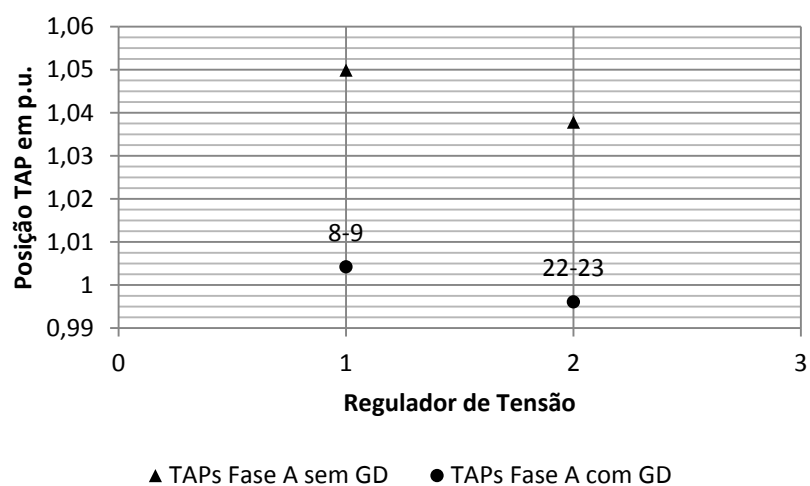
Neste caso, considerando-se a GD, o perfil de tensão é mais constante. É possível observar também uma diferença de magnitude de tensão entre as fases A, B e C, isto devido às cargas no sistema serem desbalanceadas.

Quanto ao desequilíbrio máximo das tensões entre fases de 2%, observa-se, segundo a Figura 4.38, que este sistema atendeu este critério onde a máxima defasagem percentual entre as fases foi de aproximadamente 0,71% na barra 22, mesmo não tendo sido incluída nenhuma restrição deste tipo no problema, sendo possível visualizar que da barra 1 até a barra 22 esse desequilíbrio é maior e a partir da barra 23 o desequilíbrio é muito baixo, devido a influência da geração distribuída e nesta parte do circuito as cargas serem mais balanceadas.

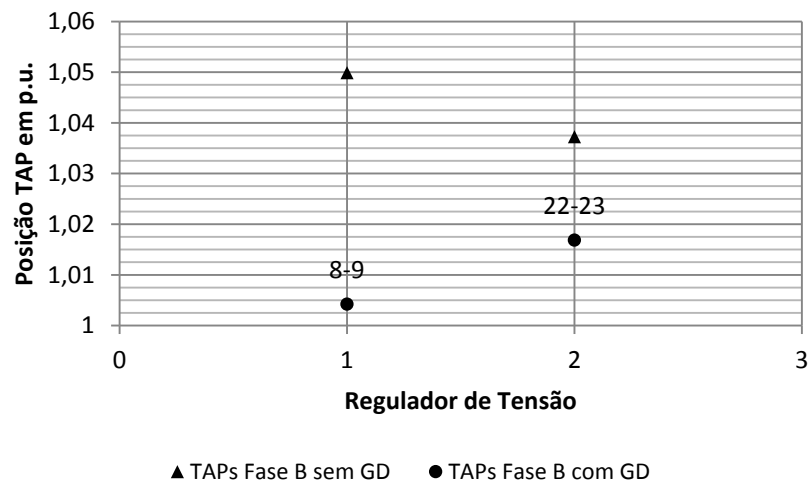
Quanto ao ajuste de taps, pode-se visualizar na Figura 4.39, 4.40 e 4.41 o ajuste dos taps nas fases A, B e C, que a variação dos taps foram menores no sistema que considera a GD.



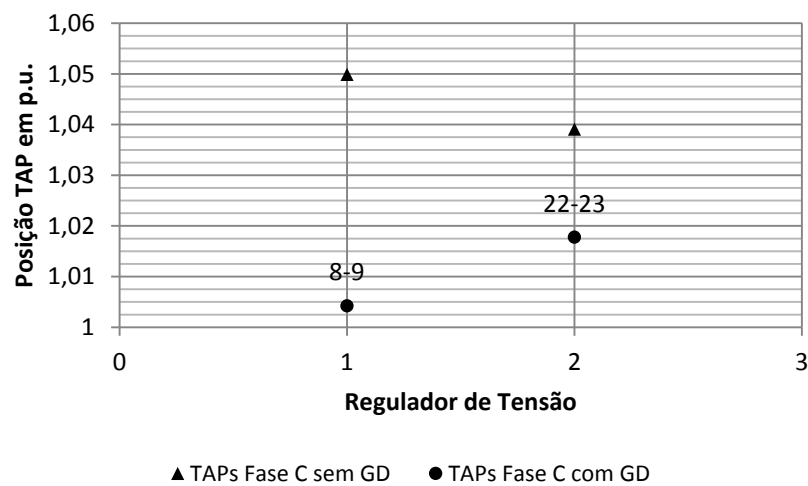
**Figura 4.32 – Desequilíbrio de tensão percentual sistema 34 Barras com GD**



**Figura 4.33 – Posição dos taps dos Reguladores na Fase A com e sem GD sistema 34 barras**

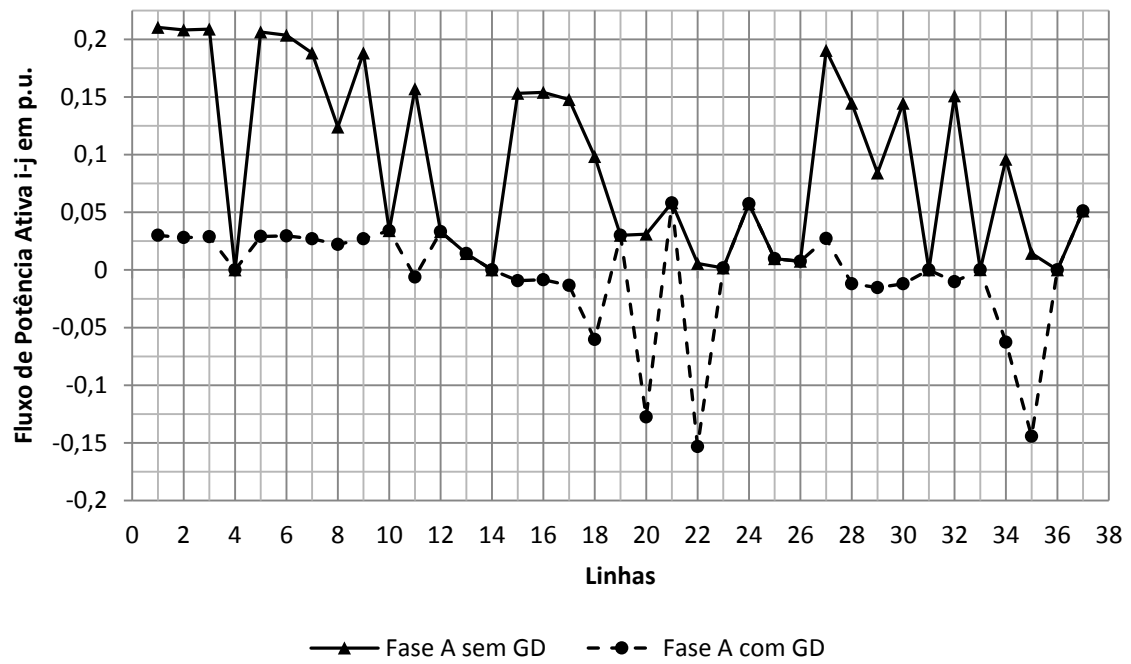


**Figura 4.40** – Posição dos taps dos Reguladores na Fase B com e sem GD sistema 34 barras

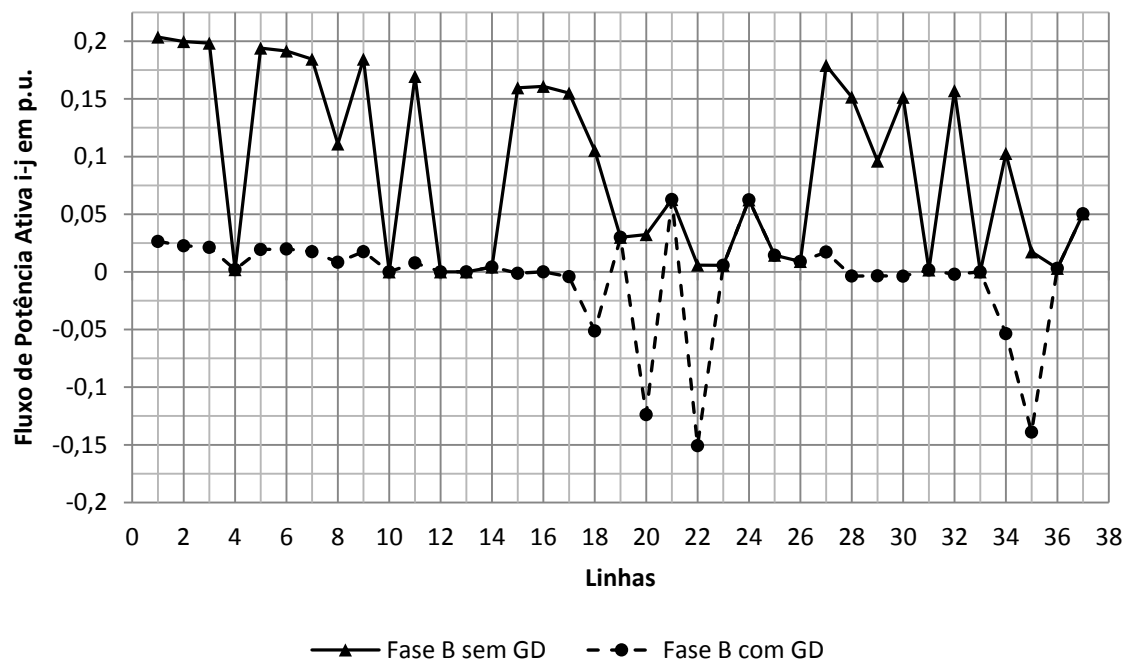


**Figura 4.41** – Posição dos taps dos Reguladores na Fase C com e sem GD sistema 34 barras

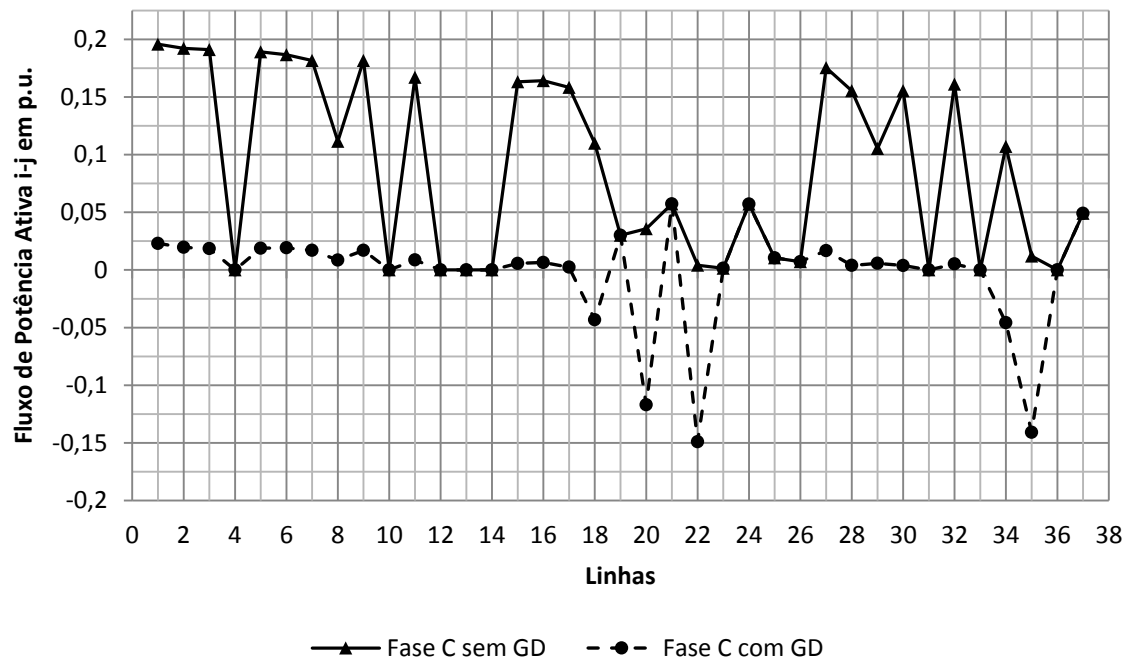
Os fluxos de potência ativa no sentido i-j para as fases A, B e C são apresentados nas Figuras 4.42, 4.43 e 4.44, respectivamente. Já os fluxos de potência reativo são mostrados nas Figuras 4.45, 4.46 e 4.47 também no sentido i-j e das fases A, B e C, respectivamente.



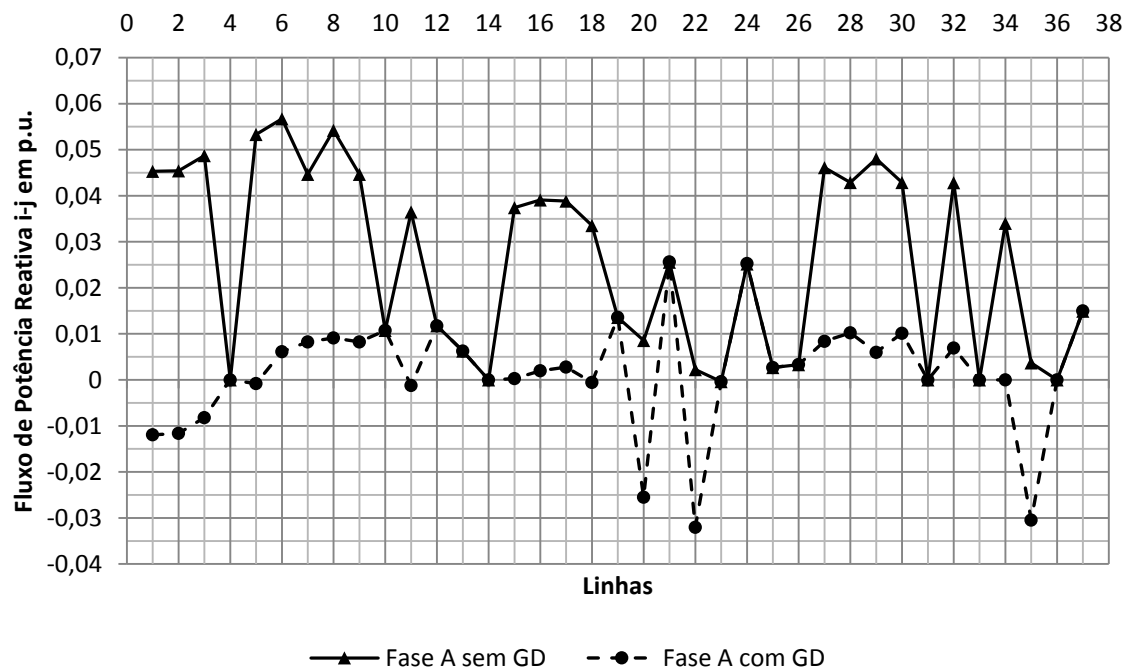
**Figura 4.34** – Fluxo de Potência Ativa na Fase A Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras



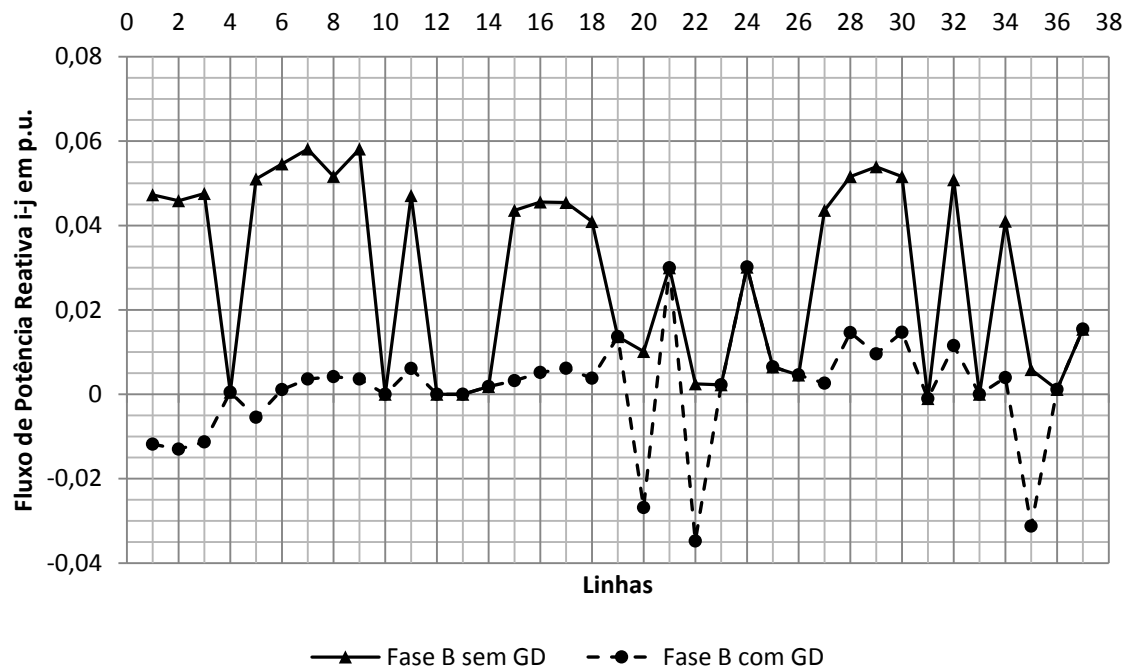
**Figura 4.35** – Fluxo de Potência Ativa na Fase B Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras



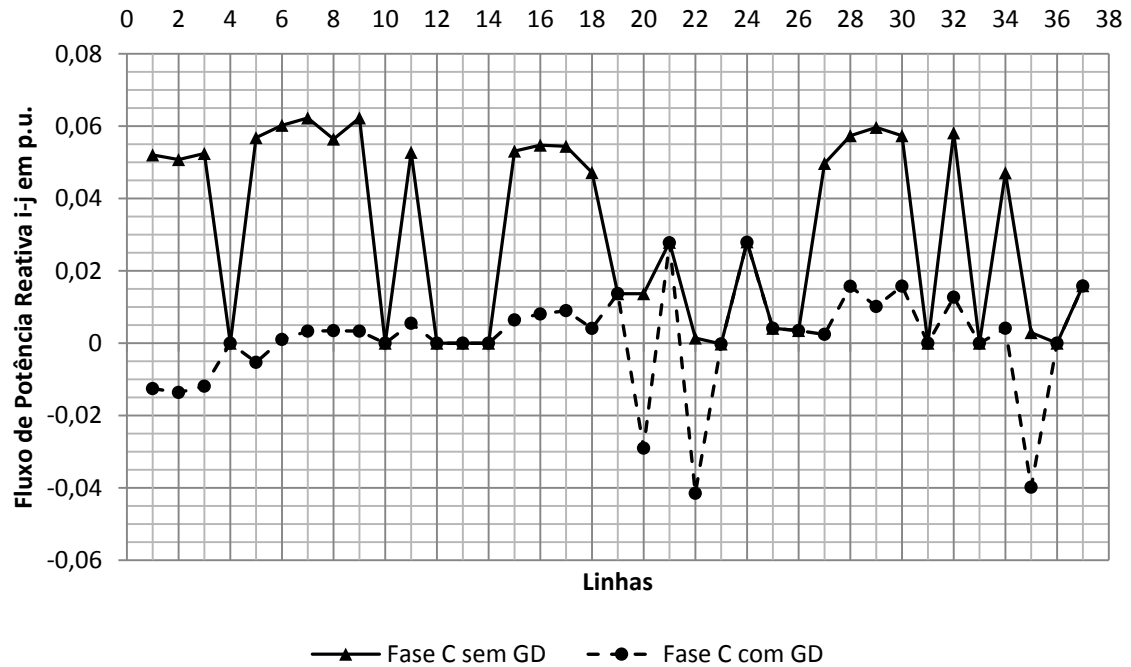
**Figura 4.36** – Fluxo de Potência Ativa na Fase C Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras



**Figura 4.37** – Fluxo de Potência Reativa na Fase A Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras



**Figura 4.38** – Fluxo de Potência Reativa na Fase B Sentido i-j com e sem GD sistema 34 barras



**Figura 4.39** – Fluxo de Potência Reativa na Fase C Sentido i-j com e sem Mútuas sistema 34 barras

Analisando-se o comportamento do fluxo de potência ativa, nota-se que em todas as fases houve uma inversão no sentido do fluxo em alguns trechos, assim como a diminuição de fluxo na maioria das linhas. O mesmo comportamento do fluxo de potência ativa pode ser observado referente ao fluxo de potência reativa

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES FUTURAS

Este trabalho propôs uma metodologia de resolução do FPO trifásico, que pode incluir as impedâncias mútuas, com o objetivo de minimizar as perdas e otimizar o ajuste dos taps de reguladores de tensão. Tal problema está sujeito ao balanço de potência ativa e reativa, aos limites de potência ativa e reativa, limites de tensão, limites de fluxo de potência e dos taps dos reguladores.

O problema do FPO trifásico foi modelado de tal forma que é capaz de obter a potência ativa e reativa de quantos forem os transformadores de distribuição, ou da geração distribuída, minimizando as perdas elétricas, com as seguintes considerações:

- representação do fasor tensão na forma retangular;
- alimentador trifásico primário;
- ramais laterais trifásicos, bifásicos e monofásicos;
- reguladores de tensão com comutadores de *tap*;
- banco de capacitores;
- cargas trifásicas, bifásicas e monofásicas;
- acoplamento mútuo dos ramos.

Um dos principais diferenciais desta modelagem, além de contar com as impedâncias mútuas e ajuste dos taps, é o fato de ser trifásica, o que permite comparar de modo mais rápido as diferenças entre as fases, não necessitando assim rodar três sistemas monofásicos para isso, além disso pode ser utilizado para analisar as influências do acoplamento mútuo na distribuição, as perdas adicionais ocasionadas pela inserção no sistema das impedâncias mútuas.

Além das variáveis de otimização usuais, foram ajustados os taps dos reguladores de tensão, cuja modelagem apresentou resultados que garantiram a satisfação dos limites de tensões, sendo que os valores de ajustes podem ser individuais para cada fase ou um valor único para as três fases, que é determinado pelo tipo de regulador de tensão instalado.

A metodologia proposta nesse trabalho foi testada em dois sistemas de teste do IEEE (34 barras e 123 barras), porém apesar do algoritmo ter convergido, a comparação entre os resultados obtidos nos testes realizados com esta modelagem e os resultados apresentados pelo IEEE não é coincidente pois as modelagens de



cargas e transformadores contemplados neste trabalho e pelo IEEE não são iguais. Nos sistemas IEEE algumas cargas e transformadores são conectadas em delta e com impedância ou correntes constante. Assim, sugere-se como trabalhos futuros a incorporação da modelagem das cargas como corrente constante e impedância constante, outros tipos de conexão trifásica além da estrela aterrada considerada no presente trabalho, modelagem a quatro fios e consideração de ajustes dos taps dos transformadores de distribuição.

Quando a inclusão da GD, pode-se afirmar que a modelagem é uma ferramenta útil para analisar os impactos da inserção de geração distribuída nas redes de média tensão, podendo-se utilizá-la em trabalhos futuros que as aloquem otimamente.

Sugere-se, também, a inclusão de restrições de desigualdade que atendam a restrição da ANEEL onde a máxima defasagem de tensão entre fases não ultrapasse 2%.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSAÇ, O.; BRIGHT, J.; PRAIS, M.; STOTT, B.; 1990. Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 3 (Aug), p. 697-711.

BORGES, S, S.; **Pré-despacho de potência ativa e reativa para sistemas hidrotérmicos utilizando método de pontos interiores e coordenadas retangulares**, Dissertação de Mestrado. Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, 2010.

BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **PRODIST – Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional**. Módulo 8, Revisão 4. Resolução Normativa nº 469/2011, Brasília, DF, 2012.

BROADWATER, R. P.; CHANDRASEKARAM, A.; HUDDLESTON, C. T.; KHAN, A. H. Power Flow Analysis of Unbalanced Multiphase Radial Distribution Systems. **Electric Power System Research**, Vol. 14, 1988.

BRUNO, S.; LAMONACA, S.; ROTONDO, G.; STECCHI, U.; LA SCALA, M. Unbalanced Three-Phase Optimal Power Flow for Smart Grids. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Vol. 58, p. 4504-4513, 2011.

CARPENTIER, J. Contribution à L'étude du Dispatching Économique. **Bulletin de la Société Française des Electriciens**, Ser. 8, Vol. 3, p. 431-447, 1962.

CAPARO, J. L. C.; **Modelagem de transformadores de distribuição para aplicação em algoritmos de fluxo de potência trifásico**, Tese de Mestrado, Ilha Solteira, SP, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, 2005.

CHEN, T. H.; CHEN, M. S. Distribution System Power Flow Analysis – A Rigid Approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Vol. 6, No. 3, p. 1146-1152, 1991.

CHEN, T. H.; CHEN, M. S.; INOUE, T.; KOTAS, P.; CHEBLI, E. A. Three-Phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Vol. 6, No. 4, p. 1671-1681, 1991.

CHENG, C. S.; SHIRMOHAMMADI, D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 10, No. 2, p. 671-679, 1995.

COSTA, V. M.; PEREIRA, H. Q. Uma avaliação crítica das formulações de fluxo de potência para sistemas trifásicos via método de Newton-Raphson, **Revista Controle & Automação**. v.18, n.1, fev. e mar. 2007.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal Power Flow Solutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Vol. 87, 1968.

EL-ABIAD, A. H.; STAGG, G. W., **Computer Methods in Power System Analysis**. McGraw Hill, 1968.

ENRICH, R.; SKOVRON, P.; TOLOS, M.; TORRENT-MORENO, M. Microgrid management based on economic and technical criteria. **IEEE International Energy Conference and Exhibition (ENERGYCON)**, p. 551-556, 2012.

FERNANDES, T.S.P., **Um Modelo de Despacho Ótimo de Potência para Sistemas Multi-Usuários**, Tese de Doutorado, Florianópolis, SC, Dissertação (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

GARCIA, P. A. N; PEREIRA, J. L. R.; CARNEIRO, S.; Jr. da COSTA, V. M.; MARTINS, N. Three phase power flow calculations using the current injection method, **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 15, No. 2, p. 508-514, 2000.

GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Method. **IEEE/PES**, No. 93, 1993.

GÖNEN, T. **Electric Power Distribution System Engineering**. CRC Press. Second Edition. 2008.

LATORRE, M. L.; 1995. **Aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual para a Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo**. Rio de Janeiro, RJ. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

LEÃO, R. P. S., **GTD – Geração, Transmissão e Distribuição de Energia Elétrica**, Universidade Federal do Ceará, 2009.

LUENBERGER, D. G. **Linear and Nonlinear Programming**. Stanford University: Addison-Wesley Publishing Company, 2. ed., 1989.

KERSTING, W. H., **Distribution System Modeling and Analysis**, Boca Raton, CRC Press, 2002.

KHODR, H. M. ; OCQUE, L; YUSTA, J. M.; ROSA, M. A., New Load Flow Method S-E Oriented for Large Radial Distribution Networks. **Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, IEEE/PES**, pp 1-5, 2006.

MONTICELLI, A., **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. Editora Edgard Blücher, 1983.

DE OLIVEIRA, C. C. B.; SCHMIDT, H. P.; KAGAN, N., ROBBA, E. J., **Introdução a Sistemas Elétricos de Potência, Componentes Simétricas**. Editora Edgard Blücher, 2ª ed., São Paulo, 2000.

PABLA, A.S. Power Capacitors. In: Electric Power Distribution. United States of America: McGraw-Hill, 2005. p. 646-684.

PEREIRA, H. Q. **Fluxo de Potência Trifásico: Um Estudo Comparativo Uma Nova Metodologia de Solução**. Curitiba, PR. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2006.

PIZZALI, L. F. O. **Cálculo do fluxo de potência em redes de distribuição com modelagem a quatro fios**, Ilha Solteira, SP, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, 2003.

RAMOS, D. S.; DIAS, E. M., **Sistemas Elétricos de Potência, Regime Permanente Volume 1**. Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1982.

RAMOS, D. S.; DIAS, E. M., **Sistemas Elétricos de Potência, Regime Permanente Volume 2**. Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1983.

RAMOS, E. R. ; EXPOSITO, A. G., CORDERO, G. A., Quasi-coupled three-phase radial load flow. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Vol. 19, No. 2, p. 776-781, 2004.

RIBEIRO, P. M.; **Remuneração dos Serviços Ancilares de Suporte de Potência Reativa e Reserva de Potência Quando Providos por Geradores**. Rio de Janeiro, RJ. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

SALAS, C. S. S., **Alocação de Capacitores em Redes de Distribuição Primárias e Secundárias Incluindo Restrições de Ressonância**. Campinas, SP. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, 2010

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A; LUO, G. X. A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 3, No. 2, p. 753-762, 1988.

SOUZA, A. R. R. de; FERNANDES, T. S. P.; AOKI, A. R.; SANS, M. R.; MARCILIO, D. C.; OMORI, J. S., Sensivity Analysis to Connect Distributed Generation. To be publied in **Electrical Power and Energy System**.

SRINIVAS, M. S. Distribution Load Flows: A Brief Review. **Proceedings of the 2000 IEEE PES Summer Meeting**, Singapore, 2000.

SZUVOVIVSKI, I.; **Alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão em sistemas de distribuição usando algoritmos genéticos e fluxo de potência ótimo**, Dissertação de Mestrado. Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, 2008.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. F.; 1984. Optimal Power Flow by Newton Approach. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems**, vol. 103, n.10 (Oct), p. 2864-2875.

TENG, J. H. A direct approach for distribution system load flow solutions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Vol. 18, No. 3, p. 882-887, 2003.

YING-YI, H.; FU-MING, W., Development of three-phase Newton optimal power flow for studying imbalance/security in transmission systems. **Electric Power System Research**, Vol. 55 (2000) 39-48.

WANG Min; DING Ming. Distribution Network Planning Including Distributed Generation. **Proceedings of Electric Power System and Automation**, vol. 16, pp 5-8, 2004.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. Joint Optimization For Power Loss Reduction in Distribution Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. 23, n. 1, p.161-169, 2008.

## ANEXO A: DADOS DO SISTEMA IEEE 34 BARRAS

### A.1 Introdução

Este apêndice apresenta os dados de ramos, barras, configurações e impedâncias para o sistema IEEE 34 barras.

### A.2 Dados do Sistema

#### Overhead Line Configurations (Config.)

Config.	Phasing	Phase ACSR	Neutral ACSR	Spacing ID
300	B A C N	1/0	1/0	500
301	B A C N	#2 6/1	#2 6/1	500
302	A N	#4 6/1	#4 6/1	510
303	B N	#4 6/1	#4 6/1	510
304	B N	#2 6/1	#2 6/1	510

#### Spot Loads

Node	Load Model	Ph-1 kW	Ph-1 kVAr	Ph-2 kW	Ph-2 kVAr	Ph-3 kW	Ph-4 kVAr
860	Y-PQ	20	16	20	16	20	16
840	Y-I	9	7	9	7	9	7
844	Y-Z	135	105	135	105	135	105
848	D-PQ	20	16	20	16	20	16
890	D-I	150	75	150	75	150	75
830	D-Z	10	5	10	5	25	10
Total		344	224	344	224	359	229

#### Transformer Data

	kVA	kV-high	kV-low	R - %	X - %
Substation:	2500	69 - D	24.9 - Gr. W	1	8
XFM -1	500	24.9 - Gr.W	4.16 - Gr. W	1.9	4.08

#### Line Segment Data

Node A	Node B	Length(ft.)	Config.
800	802	2580	300
802	806	1730	300
806	808	32230	300
808	810	5804	303
808	812	37500	300
812	814	29730	300
814	850	10	301
816	818	1710	302
816	824	10210	301
818	820	48150	302
820	822	13740	302
824	826	3030	303
824	828	840	301
828	830	20440	301
830	854	520	301
832	858	4900	301
832	888	0	XFM-1
834	860	2020	301
834	842	280	301
836	840	860	301
836	862	280	301
842	844	1350	301
844	846	3640	301
846	848	530	301
850	816	310	301
852	832	10	301
854	856	23330	303
854	852	36830	301
858	864	1620	302
858	834	5830	301
860	836	2680	301
862	838	4860	304
888	890	10560	300

Distributed Loads								
Node	Node	Load	Ph-1	Ph-1	Ph-2	Ph-2	Ph-3	Ph-3
A	B	Model	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
802	806	Y-PQ	0	0	30	15	25	14
808	810	Y-I	0	0	16	8	0	0
818	820	Y-Z	34	17	0	0	0	0
820	822	Y-PQ	135	70	0	0	0	0
816	824	D-I	0	0	5	2	0	0
824	826	Y-I	0	0	40	20	0	0
824	828	Y-PQ	0	0	0	0	4	2
828	830	Y-PQ	7	3	0	0	0	0
854	856	Y-PQ	0	0	4	2	0	0
832	858	D-Z	7	3	2	1	6	3
858	864	Y-PQ	2	1	0	0	0	0
858	834	D-PQ	4	2	15	8	13	7
834	860	D-Z	16	8	20	10	110	55
860	836	D-PQ	30	15	10	6	42	22
836	840	D-I	18	9	22	11	0	0
862	838	Y-PQ	0	0	28	14	0	0
842	844	Y-PQ	9	5	0	0	0	0
844	846	Y-PQ	0	0	25	12	20	11
846	848	Y-PQ	0	0	23	11	0	0
Total			262	133	240	120	220	114

### Regulator Data

Regulator ID:	1		
Line Segment:	814 - 850		
Location:	814		
Phases:	A - B - C		
Connection:	3-Ph,LG		
Monitoring Phase:	A-B-C		
Bandwidth:	2.0 volts		
PT Ratio:	120		
Primary CT Rating:	100		
Compensator Settings:	Ph-A	Ph-B	Ph-C
R - Setting:	2.7	2.7	2.7
X - Setting:	1.6	1.6	1.6
Voltage Level:	122	122	122

Regulator ID:	2		
Line Segment:	852 - 832		
Location:	852		
Phases:	A - B - C		
Connection:	3-Ph,LG		
Monitoring Phase:	A-B-C		
Bandwidth:	2.0 volts		
PT Ratio:	120		
Primary CT Rating:	100		
Compensator Settings:	Ph-A	Ph-B	Ph-C
R - Setting:	2.5	2.5	2.5
X - Setting:	1.5	1.5	1.5
Voltage Level:	124	124	124

Shunt Capacitors			
Node	Ph-A	Ph-B	Ph-C
	kvar	kvar	kvar
844	100	100	100
848	150	150	150
Total	250	250	250

## A.3 Impedâncias

Configuration 300:

----- Z & B Matrices Before Changes -----

Z (R +jX) in ohms per mile

1.3368	1.3343	0.2101	0.5779	0.2130	0.5015
		1.3238	1.3569	0.2066	0.4591
				1.3294	1.3471

B in microsiemens per mile

5.3350	-1.5313	-0.9943
	5.0979	-0.6212
		4.8880

Configuration 301:

Z (R +jX) in ohms per mile					
1.9300	1.4115	0.2327	0.6442	0.2359	0.5691
		1.9157	1.4281	0.2288	0.5238
				1.9219	1.4209
B in micro Siemens per mile					
	5.1207	-1.4364	-0.9402		
		4.9055	-0.5951		
			4.7154		

Configuration 302:

Z (R +jX) in ohms per mile					
2.7995	1.4855	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000
B in micro Siemens per mile					
	4.2251	0.0000	0.0000		
		0.0000	0.0000		
			0.0000		

Configuration 303:

Z (R +jX) in ohms per mile					
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		2.7995	1.4855	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000
B in microsiemens per mile					
	0.0000	0.0000	0.0000		
		4.2251	0.0000		
			0.0000		

Configuration 304:

Z (R +jX) in ohms per mile					
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		1.9217	1.4212	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000
B in microsiemens per mile					
	0.0000	0.0000	0.0000		
		4.3637	0.0000		
			0.0000		



#### A.4 Referência de ligação das linhas

Linha nº	Da Barra (i)	Para Barra (j)
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5
5	4	6
6	6	7
7	7	8
8	8	9
9	9	10
10	11	12
11	11	15
12	12	13
13	13	14
14	15	16
15	15	17
16	17	18
17	18	19
18	24	27
19	24	25
20	29	34
21	29	30
22	35	36
23	35	37
24	30	31
25	31	32
26	32	33
27	10	11
28	21	22
29	22	23
30	23	24
31	19	20
32	19	21
33	27	28
34	27	29
35	34	35
36	37	38
37	25	26

## ANEXO B: DADOS DO SISTEMA IEEE 123 BARRAS

### B.1 Introdução

Este apêndice apresenta os dados de ramos, barras, configurações e impedâncias para o sistema IEEE 123 barras.

### B.2 Dados do Sistema 123 Barras

#### Overhead Line Configurations (Config.)

Config.	Phasing	Phase Cond.	Neutral Cond.	Spacing
		ACSR	ACSR	ID
1	A B C N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
2	C A B N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
3	B C A N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
4	C B A N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
5	B A C N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
6	A C B N	336,400 26/7	4/0 6/1	500
7	A C N	336,400 26/7	4/0 6/1	505
8	A B N	336,400 26/7	4/0 6/1	505
9	A N	1/0	1/0	510
10	B N	1/0	1/0	510
11	C N	1/0	1/0	510

Underground Line Configuration (Config.)			
Config.	Phasing	Cable	Spacing ID
12	A B C	1/0 AA, CN	515

#### Shunt Capacitors

Node	Ph-A	Ph-B	Ph-C
	kvar	kvar	kvar
83	200	200	200
88	50		
90		50	
92			50
Total	250	250	250

Transformer Data					
	kVA	kV-high	kV-low	R - %	X - %
Substation	5,000	115 - D	4.16 Gr-W	1	8
XFM - 1	150	4.16 - D	.480 - D	1.27	2.72

Three Phase Switches		
Node A	Node B	Normal
13	152	closed
18	135	closed
60	160	closed
61	610	closed
97	197	closed
150	149	closed
250	251	open
450	451	open
54	94	open
151	300	open
300	350	open

### Line Segment Data

Node A	Node B	Length (ft.)	Config.
1	2	175	10
1	3	250	11
1	7	300	1
3	4	200	11
3	5	325	11
5	6	250	11
7	8	200	1
8	12	225	10
8	9	225	9
8	13	300	1
9	14	425	9
13	34	150	11
13	18	825	2
14	11	250	9
14	10	250	9
15	16	375	11
15	17	350	11
18	19	250	9
18	21	300	2
19	20	325	9
21	22	525	10
21	23	250	2
23	24	550	11
23	25	275	2
25	26	350	7
25	28	200	2
26	27	275	7
26	31	225	11
27	33	500	9
28	29	300	2
29	30	350	2
30	250	200	2
31	32	300	11
34	15	100	11
35	36	650	8
35	40	250	1
36	37	300	9
36	38	250	10
38	39	325	10
40	41	325	11
40	42	250	1
42	43	500	10

42	44	200	1
44	45	200	9
44	47	250	1
45	46	300	9
47	48	150	4
47	49	250	4
49	50	250	4
50	51	250	4
52	53	200	1
53	54	125	1
54	55	275	1
54	57	350	3
55	56	275	1
57	58	250	10
57	60	750	3
58	59	250	10
60	61	550	5
60	62	250	12
62	63	175	12
63	64	350	12
64	65	425	12
65	66	325	12
67	68	200	9
67	72	275	3
67	97	250	3
68	69	275	9
69	70	325	9
70	71	275	9
72	73	275	11
72	76	200	3
73	74	350	11
74	75	400	11
76	77	400	6
76	86	700	3
77	78	100	6
78	79	225	6
78	80	475	6
80	81	475	6
81	82	250	6
81	84	675	11
82	83	250	6
84	85	475	11
86	87	450	6
87	88	175	9
87	89	275	6

**Line Segment Data (cont.)**

89	90	225	10
89	91	225	6
91	92	300	11
91	93	225	6
93	94	275	9
93	95	300	6
95	96	200	10
97	98	275	3
98	99	550	3
99	100	300	3
100	450	800	3
101	102	225	11
101	105	275	3
102	103	325	11
103	104	700	11
105	106	225	10
105	108	325	3
106	107	575	10
108	109	450	9
108	300	1000	3
109	110	300	9
110	111	575	9
110	112	125	9
112	113	525	9
113	114	325	9
135	35	375	4
149	1	400	1
152	52	400	1
160	67	350	6
197	101	250	3

**Regulator Data**

Regulator ID:	1		
Line Segment:	150 - 149		
Location:	150		
Phases:	A-B-C		
Connection:	3-Ph, Wye		
Monitoring Phase:	A		
Bandwidth:	2.0 volts		
PT Ratio:	20		
Primary CT Rating:	700		
Compensator:	Ph-A		
R - Setting:	3		
X - Setting:	7.5		
Voltage Level:	120		
Regulator ID:	2		
Line Segment:	9 - 14		
Location:	9		
Phases:	A		
Connection:	1-Ph, L-G		
Monitoring Phase:	A		
Bandwidth:	2.0 volts		
PT Ratio:	20		
Primary CT Rating:	50		
Compensator:	Ph-A		
R - Setting:	0.4		
X - Setting:	0.4		
Voltage Level:	120		
Regulator ID:	3		
Line Segment:	25 - 26		
Location:	25		
Phases:	A-C		
Connection:	2-Ph,L-G		
Monitoring Phase:	A & C		
Bandwidth:	1		
PT Ratio:	20		
Primary CT Rating:	50		
Compensator:	Ph-A	Ph-C	
R - Setting:	0.4	0.4	
X - Setting:	0.4	0.4	
Voltage Level:	120	120	
Regulator ID:	4		
Line Segment:	160 - 67		
Location:	160		
Phases:	A-B-C		
Connection:	3-Ph, LG		
Monitoring Phase:	A-B-C		
Bandwidth:	2		
PT Ratio:	20		
Primary CT Rating:	300		
Compensator:	Ph-A	Ph-B	Ph-C
R - Setting:	0.6	1.4	0.2
X - Setting:	1.3	2.6	1.4
Voltage Level:	124	124	124

Spot Loads							
Node	Load	Ph-1	Ph-1	Ph-2	Ph-2	Ph-3	Ph-4
	Model	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
2	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
4	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
5	Y-I	0	0	0	0	20	10
6	Y-Z	0	0	0	0	40	20
7	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
9	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
10	Y-I	20	10	0	0	0	0
11	Y-Z	40	20	0	0	0	0
12	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
16	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
17	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
19	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
20	Y-I	40	20	0	0	0	0
22	Y-Z	0	0	40	20	0	0
24	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
28	Y-I	40	20	0	0	0	0
29	Y-Z	40	20	0	0	0	0
30	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
31	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
32	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
33	Y-I	40	20	0	0	0	0
34	Y-Z	0	0	0	0	40	20
35	D-PQ	40	20	0	0	0	0
37	Y-Z	40	20	0	0	0	0
38	Y-I	0	0	20	10	0	0
39	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
41	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
42	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
43	Y-Z	0	0	40	20	0	0
45	Y-I	20	10	0	0	0	0
46	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
47	Y-I	35	25	35	25	35	25
48	Y-Z	70	50	70	50	70	50
49	Y-PQ	35	25	70	50	35	20
50	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
51	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
52	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
53	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
55	Y-Z	20	10	0	0	0	0
56	Y-PQ	0	0	20	10	0	0

58	Y-I	0	0	20	10	0	0
59	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
60	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
62	Y-Z	0	0	0	0	40	20
63	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
64	Y-I	0	0	75	35	0	0
65	D-Z	35	25	35	25	70	50
66	Y-PQ	0	0	0	0	75	35
68	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
69	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
70	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
71	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
73	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
74	Y-Z	0	0	0	0	40	20
75	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
76	D-I	105	80	70	50	70	50
77	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
79	Y-Z	40	20	0	0	0	0
80	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
82	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
83	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
84	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
85	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
86	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
87	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
88	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
90	Y-I	0	0	40	20	0	0
92	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
94	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
95	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
96	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
98	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
99	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
100	Y-Z	0	0	0	0	40	20
102	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
103	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
104	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
106	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
107	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
109	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
111	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
112	Y-I	20	10	0	0	0	0
113	Y-Z	40	20	0	0	0	0
114	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
Total		1420	775	915	515	1155	635

### B.3 Impedâncias

#### Configuration 1:

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4576	1.0780	0.1560	0.5017	0.1535	0.3849
		0.4666	1.0482	0.1580	0.4236
				0.4615	1.0651

B in microsiemens per mile

5.6765	-1.8319	-0.6982
	5.9809	-1.1645
		5.3971

#### Configuration 2:

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4666	1.0482	0.1580	0.4236	0.1560	0.5017
		0.4615	1.0651	0.1535	0.3849
				0.4576	1.0780

B in microsiemens per mile

5.9809	-1.1645	-1.8319
	5.3971	-0.6982
		5.6765

#### Configuration 3:

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4615	1.0651	0.1535	0.3849	0.1580	0.4236
		0.4576	1.0780	0.1560	0.5017
				0.4666	1.0482

B in microsiemens per mile

5.3971	-0.6982	-1.1645
	5.6765	-1.8319
		5.9809

#### Configuration 4:

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4615	1.0651	0.1580	0.4236	0.1535	0.3849
		0.4666	1.0482	0.1560	0.5017
				0.4576	1.0780

B in microsiemens per mile

5.3971	-1.1645	-0.6982
	5.9809	-1.8319
		5.6765

**Configuration 5:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4666	1.0482	0.1560	0.5017	0.1580	0.4236
		0.4576	1.0780	0.1535	0.3849
				0.4615	1.0651

B in microsiemens per mile

5.9809	-1.8319	-1.1645
	5.6765	-0.6982
		5.3971

**Configuration 6:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4576	1.0780	0.1535	0.3849	0.1560	0.5017
		0.4615	1.0651	0.1580	0.4236
				0.4666	1.0482

B in microsiemens per mile

5.6765	-0.6982	-1.8319
	5.3971	-1.1645
		5.9809

**Configuration 7:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4576	1.0780	0.0000	0.0000	0.1535	0.3849
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				0.4615	1.0651

B in microsiemens per mile

5.1154	0.0000	-1.0549
	0.0000	0.0000
		5.1704

**Configuration 8:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.4576	1.0780	0.1535	0.3849	0.0000	0.0000
		0.4615	1.0651	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000

B in microsiemens per mile

5.1154	-1.0549	0.0000
	5.1704	0.0000
		0.0000



**Configuration 9:**

Z (R +jX) in ohms per mile

1.3292	1.3475	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000

B in microsiemens per mile

4.5193	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000
		0.0000

**Configuration 10:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		1.3292	1.3475	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000

B in microsiemens per mile

0.0000	0.0000	0.0000
	4.5193	0.0000
		0.0000

**Configuration 11:**

Z (R +jX) in ohms per mile

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				1.3292	1.3475

B in microsiemens per mile

0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000
		4.5193

**Configuration 12:**

Z (R +jX) in ohms per mile

1.5209	0.7521	0.5198	0.2775	0.4924	0.2157
		1.5329	0.7162	0.5198	0.2775
				1.5209	0.7521

B in microsiemens per mile

67.2242	0.0000	0.0000
	67.2242	0.0000
		67.2242

*B.4 Referência de ligação das linhas*

Linha	Da Barra (i)	Para Barra (j)	Linha	Da Barra (i)	Para Barra (j)
1	1	2	67	64	65
2	1	3	68	65	66
3	1	7	69	67	68
4	3	4	70	67	72
5	3	5	71	67	97
6	5	6	72	68	69
7	7	8	73	69	70
8	8	12	74	70	71
9	8	9	75	72	73
10	8	13	76	72	76
11	9	127	77	73	74
12	127	128	78	74	75
13	128	14	79	76	77
14	13	34	80	76	86
15	13	18	81	77	78
16	14	11	82	78	79
17	14	10	83	78	80
18	15	16	84	80	81
19	15	17	85	81	82
20	18	19	86	81	84
21	18	21	87	82	83
22	19	20	88	84	85
23	21	22	89	86	87
24	21	23	90	87	88
25	23	24	91	87	89
26	23	25	92	89	90
27	25	129	93	89	91
28	129	130	94	91	92
29	130	26	95	91	93
30	25	28	96	93	94
31	26	27	97	93	95
32	26	31	98	95	96
33	27	33	99	97	98
34	28	29	100	98	99
35	29	30	101	99	100
36	30	123	102	100	122
37	31	32	103	101	102
38	34	15	104	101	105
39	35	36	105	102	103
40	35	40	106	103	104
41	36	37	107	105	106
42	36	38	108	105	108

43	38	39	109	106	107
44	40	41	110	108	109
45	40	42	111	108	121
46	42	43	112	109	110
47	42	44	113	110	111
48	44	45	114	110	112
49	44	47	115	112	113
50	45	46	116	113	114
51	47	48	117	115	35
52	47	49	118	116	1
53	49	50	119	118	52
54	50	51	120	119	131
55	52	53	121	131	132
56	53	54	122	132	67
57	54	55	123	120	101
58	54	57	124	117	125
59	55	56	125	125	126
60	57	58	126	126	116
61	57	60	127	13	118
62	58	59	128	18	115
63	60	61	129	60	119
64	60	62	130	61	124
65	62	63	131	97	120
66	63	64			